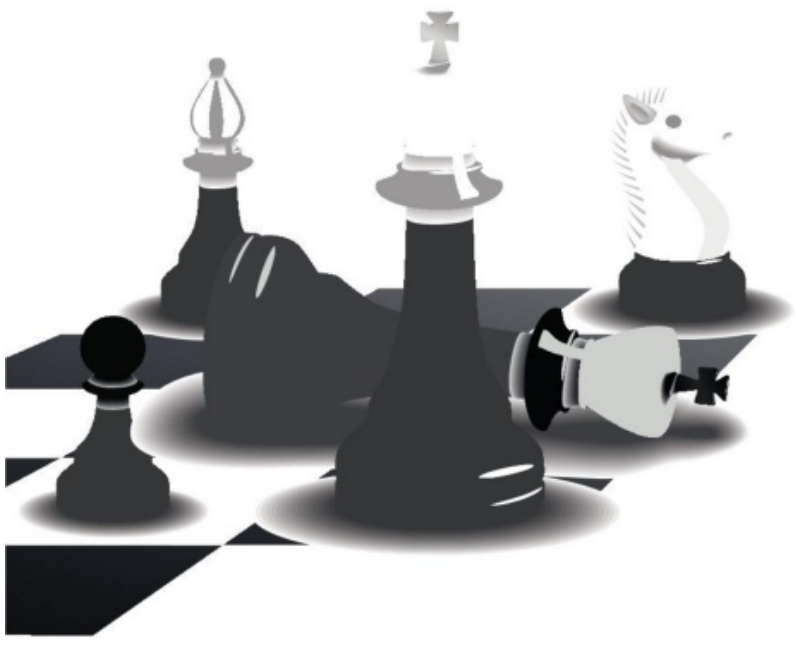
5

Primaria

Razonamiento Matemático

Edición Digital



Perú

GENIO MATIC

Razonamiento Matemático 5

Primaria

Autor
Hernán Hernández Bautista

Copyright©Hernán Hernández

Primera edición 2021

Asesoría Académica
Mg. Liz Limaylle Guzmán

Diseño y Diagramación
Gino Moisés Samamé Lobatón

Editado por: GENIOMATIC E.I.R.L.
Jr. Flosferri N° 616, Urb. Inca Manco Cápac II Etapa,
San Juan de Lurigancho, Lima
Telf.: (01) 767 0437
geniomaticeirl@gmail.com
www.geniomatic.com

Primera edición: Enero 2021

EDICIÓN DITITAL 2021

Obra producida por **GENIOMATIC E.I.R.L.**
Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio,
sin permiso escrito del autor.

Cómo está organizado tu cuaderno de actividades

CONTENIDO DE LA UNIDAD

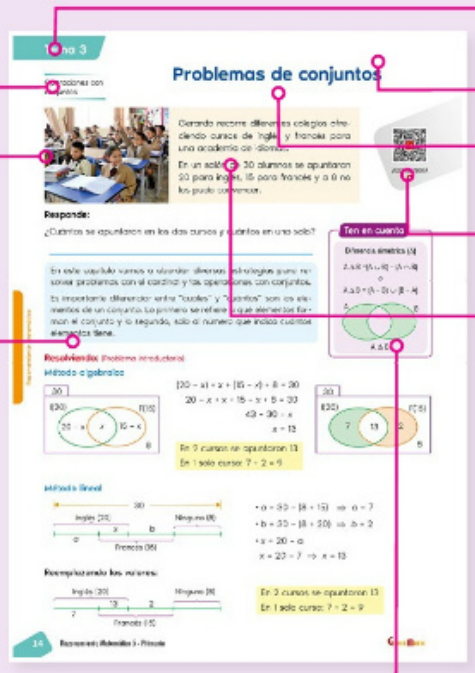
Conocimientos previos
Son los conocimientos previos que debes tener para abordar exitosamente el tema a tratar.

Imagen
Imagen que ilustra el contexto de la situación problemática inicial.

Formalización
Contiene definiciones, conceptos y generalizaciones de los contenidos matemáticos.

Actividades
Bajo el enfoque de resolución de problemas, los conceptos matemáticos adquieren significado en la medida en que nos ayudan resolver diversos problemas del entorno real.

Se formulan un conjunto de problemas de diferentes contextos organizados según la demanda cognitiva.


Tema 3

Problemas de conjuntos

Cierando recorre diferentes colegios ofreciendo cursos de inglés y francés para una academia de idiomas.

En un salón de 30 alumnos se apuntaron 20 para inglés, 15 para francés y a 8 no les pudo convencer.

Responde:

¿Cuántos se apuntaron en los dos cursos y cuántos en uno solo?

Ten en cuenta

Diferencia simétrica (Δ)

Resolviendo (Problema introductorio)

Método algebraico

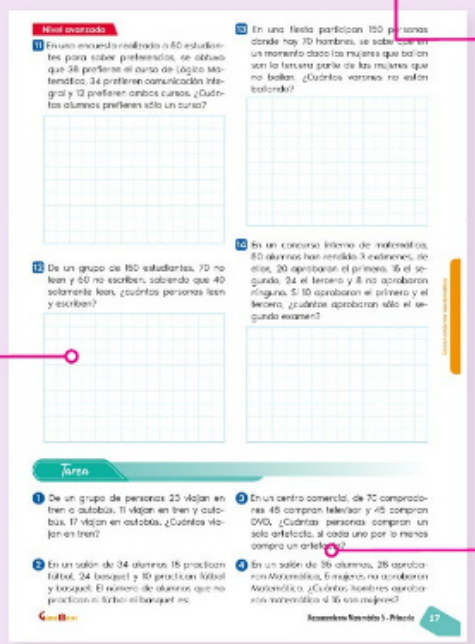
Método lineal

Reemplazando los valores:

En 2 cursos se apuntaron 13

En 1 solo curso: 7 + 2 = 9

14 Razonamiento Matemático 5 - Primaria


Nivel avanzado

11 En una encuesta realizada a 60 estudiantes para saber preferencias, se obtuvo que 38 prefieren el curso de Lógico Matemático, 34 prefieren comunicación integral y 12 prefieren ambos cursos. ¿Cuántos alumnos prefieren sólo un curso?

12 En una fiesta participan 150 personas donde hay 70 hombres, se sabe que en un momento dado las mujeres que bailan son la tercera parte de las mujeres que no bailan. ¿Cuántos varones no están bailando?

13 De un grupo de 150 estudiantes, 70 no leen y 60 no escriben, sabiendo que 40 solamente leen, ¿cuántos personas leen y escriben?

14 En un concurso interno de matemáticas, 80 alumnos han rendido 3 exámenes, de ellos, 20 aprobaron el primero, 16 el segundo, 24 el tercero y 8 no aprobaron ninguno, si 10 aprobaron el primero y el tercero, ¿cuántos aprobaron sólo el segundo examen?

Tarea

1 De un grupo de personas 23 viajan en tren o autobús, 11 viajan en tren y autobús, 17 viajan en autobús. ¿Cuántos viajan en tren?

2 En un salón de 34 alumnos, 15 practican fútbol, 24 básquet y 10 practican fútbol y básquet. El número de alumnos que no practican ni fútbol ni básquet es:

3 En un centro comercial, de 70 compradores 45 compran televisor y 45 compran DVD, ¿Cuántas personas compran un solo artefacto, si cada uno por lo menos compra un artefacto?

4 En un salón de 36 alumnos, 28 aprobaron Matemática, 6 mujeres no aprobaron Matemática. ¿Cuántos hombres aprobaron matemática si 16 son mujeres?

17 Razonamiento Matemático 5 - Primaria

Número del tema

Número de la unidad

Título del tema

Uso del TIC: Código QR
Escaneando este código con tu teléfono celular podrás ver el video de la clase correspondiente al tema.

Conflicto cognitivo
Se formula una pregunta que explora los saberes previos y plantea un problema nuevo que deberás resolver con el desarrollo del tema.

Información complementaria
Lecturas, notas, observaciones, historias y recursos tecnológicos que contribuyen a reforzar y recrear el tema.

Actividades para la casa
Problemas que debes desarrollar individualmente en casa para fortalecer y acentuar las estrategias utilizadas.

REFORZANDO Y AUTOEVALUACIÓN

Reforzando - Unidad 1

Problemas

Reforzando la unidad
Luego de cada unidad se plantea un conjunto de problemas formulados en diversos concursos y olimpiadas nacionales e internacionales de matemáticas, que servirán para reforzar, complementar, profundizar y evaluar las capacidades desarrolladas durante el bimestre.

Son problemas variados de acuerdo a la demanda cognitiva, porque incluye diversas capacidades y competencias, así como de naturaleza intra y extra matemática.

Se ha enfatizado en formular preguntas y problemas contextualizados a fin de que el estudiante explore los conceptos matemáticos abstractos en situaciones reales.

Autoevaluación
La autoevaluación es una necesidad para conocer el avance del estudiante respecto a su proceso de aprendizaje.

Contiene un conjunto de 6 a 8 preguntas que invitan al estudiante a dar una mirada introspectiva de su aprendizaje en los contenidos, las capacidades desarrolladas y en contextos intra matemáticos y extra matemáticos.

ÍNDICE

UNIDAD	TEMAS		N° PÁGINA
1	Tema 01	Conjuntos: Pertenencia	5
	Tema 02	Unión e intersección de conjuntos	10
	Tema 03	Problemas de conjuntos	14
		Reforzando	18
2	Tema 04	Juegos lógicos	21
	Tema 05	Sucesiones literales y gráficas	25
	Tema 06	Sudoku	29
		Reforzando	32
3	Tema 07	Cripto Aritmética	35
	Tema 08	Conteo de intervalos	39
	Tema 09	Trazo de figuras	43
		Reforzando	46
4	Tema 10	Conteo de segmentos, ángulos y triángulos	49
	Tema 11	Conteo de cuadriláteros	53
	Tema 12	Conteo de cubos	57
		Reforzando	60
5	Tema 13	Ordenamiento de información	63
	Tema 14	Regla de conjunta	67
	Tema 15	Método de las operaciones inversas	71
		Reforzando	75
6	Tema 16	Falsa suposición	78
	Tema 17	Tabla de decisiones	82
	Tema 18	Planteo de ecuaciones	87
		Reforzando	91
7	Tema 19	Problema de edades	94
	Tema 20	Problemas de fracciones I	98
	Tema 21	Problemas de fracciones II	103
		Reforzando	107
8	Tema 22	Operadores matemáticos	110
	Tema 23	Perímetros	113
	Tema 24	Áreas	117
		Reforzando	121

Noción de conjunto como agrupación

Conjuntos: Pertenencia

Alonso quiere utilizar su acuario y algunas jaulas que ha comprado.

Un vendedor de mascotas le ha llevado un catálogo para que pueda elegir las mascotas de su preferencia.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. ¿Qué grupos de animales le interesan a Alonso?

_____

2. ¿Qué animales no son del interés de Alonso?

_____

Representación

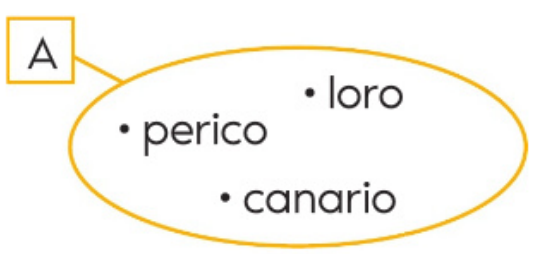
- **Simbólicamente**

A = {loro, canario, perico}

Nombre — Elementos

Un conjunto se representa simbólicamente nombrándolo con una letra mayúscula y mencionando sus elementos entre llaves.

- **Gráficamente**



Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn, que son curvas cerradas dentro de las cuales se ubican los elementos acompañados por un punto.

Ten en cuenta

Conjunto

Un conjunto es una agrupación de objetos, personas o animales llamados elementos del conjunto.

Pertenencia (∈)

Los elementos de un conjunto se dice que le pertenecen.

$x \in A$: Se lee "el elemento x pertenece al conjunto A".

Ejemplo 1

Sea M el conjunto de los colores primarios. **Represéntalo** simbólica y gráficamente.

Ejemplo 2

Según el conjunto, M **indica** si es verdadero (V) o falso (F).

- Verde ∈ M ( )
- Celeste ∈ M ( )
- Azul ∈ M ( )
- Rosado ∈ M ( )

Ejemplo 3

Completa los recuadros con ∈ o ∉, según corresponda.

- Amarillo ☐ M
- Rojo ☐ M
- Morado ☐ M
- Violeta ☐ M

Determinación

Sea el conjunto

B = {pato, pavo, gallina}

x

Los elementos del conjunto B se pueden representar por x, luego mencionar qué representa x. Entonces hay dos maneras de determinar un conjunto. Ve la tabla.

Por extensión	Por comprensión
Nombrando cada uno de sus elementos.	Mencionando una característica común de los elementos, que permite afirmar si un elemento pertenece o no al conjunto.
B = {pato, pavo, gallina} Cuando los elementos son muchos, no es recomendable esta forma de determinación.	B = {x/x es un ave de corral} Se lee: "El conjunto B está formado por elementos x, tal que x es un ave de corral".

Ejemplo 4

Determina por comprensión:

a) E = {verano, invierno, primavera, otoño}

b) S = {lunes, martes, ..., domingo}

Ejemplo 5

Determina por extensión:

a) $M = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x \leq 5\}$

b) $P = \{2x/x \in \mathbb{N} \text{ y } 3 \leq x < 8\}$

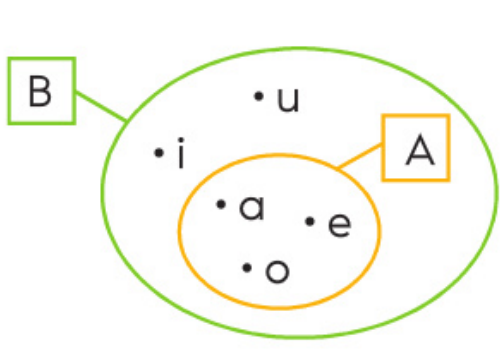
Razonamiento Matemático

Relación de inclusión (⊂)

Sean los conjuntos:

A = {a, e, o}

B = {a, e, i, o, u}



Se verifica que todos los elementos de A son elementos de B.

Cuando todos los elementos de un conjunto A son elementos de B, se dice que A está incluido en B o que A es subconjunto de B. Se denota con el símbolo ⊂:

$A \subset B$ { • A está incluido en B
• A es subconjunto de B

$C \not\subset B$: C no está incluido en B

Ten en cuenta

Cardinal de un conjunto

Se denomina cardinal al número de elementos de un conjunto.

Cuando decimos que el cardinal de A es 5, estamos diciendo que A tiene 5 elementos.

Se denota así:

n(A) { Cardinal de A o número de elementos de A

GENIO MATIC

Ejemplo 6

Dados los conjuntos P = {x/x es una planta}, F = {x/x es una flor}, G = {x/x es un árbol} y H = {x/x es un virus}.

Determina la veracidad (V) o la falsedad (F) de las proposiciones.

a) $F \subset P$ ( ) d) {lirio, rosa} $\subset$ F ( ) g) {pino, cedro} $\in$ G ( )

b) $H \not\subset P$ ( ) e) ciprés $\subset$ G ( ) h) helecho $\in$ P ( )

c) $G \not\subset P$ ( ) f) cactus $\in$ G ( ) i) Begonia $\subset$ F ( )

Conjunto de conjuntos

Sean: A = {Animales} B = {Plantas} C = {Seres vivos}

Son conjuntos que tienen por elementos otros conjuntos. Por ejemplo el conjunto de los seres vivos está formado por animales y plantas.

Conjunto potencia [P(A)]

Es el conjunto formado por todos los subconjuntos de un conjunto dado.

Sea A = {2; 3; 5}

$\Rightarrow$ P(A) = {$\varnothing$, {2}, {3}, {5}, {2; 3}, {2; 5}, {3; 5}, {2; 3; 5}}

Observa que $n(A) = 3$ y $n[P(A)] = 8 = 2^3$

En general: Si $n(A) = a \Rightarrow n[P(A)] = 2^a$

Conjunto universal

Es un conjunto referencial que se elige para delimitar los conjuntos considerados para un estudio particular.

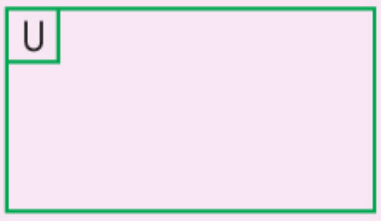
Por ejemplo, para estudiar el rendimiento académico de los alumnos del 5° grado de un colegio podemos elegir como conjunto universo los alumnos de 5° grado del distrito o del país.

Ten en cuenta

Tipos de conjunto

- **Conjunto nulo o vacío**
  No tiene elementos, y se denota por $\varnothing$ o { }.
- **Conjunto unitario**
  Tiene un solo elemento.
- **Conjunto finito**
  Tiene un número limitado de elementos.
- **Conjunto infinito**
  Tiene infinitos elementos.

El conjunto universal se nombra con U, y gráficamente se representa con un rectángulo.



Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 **Halla**, en cada caso, el número cardinal del conjunto:

- K = { { } ; $\varnothing$ }
- L = {c; e; r; r; o}
- M = {0; $\varnothing$; { }}

2 **Determina** por extensión el conjunto:

$M = \{3x - 2 / x \in \mathbb{N} \wedge 4 \leq x < 8\}$

3 Dado el conjunto unitario:

$A = \{n - 3;\ m + 2;\ 5\}$, **halla** $m \times n$.

4 Si los subconjuntos de $A = \{1;\ x;\ y\}$ son: $\varnothing$; $\{1\}$; $\{x\}$; $\{x + 2\}$; $\{1;\ 2\}$; $\{1;\ 4\}$; $\{2;\ y\}$, A; **halla** los subconjuntos de $\{x + 2;\ y + 2\}$.

5 Dados los conjuntos:

K = {m; a; t; e; m; a; t;}; M = {r; a; z; o; n; a;}
y L = {a; r; i; t; m; e; t}
halla: n(K) + n(L) – n(M).

Nivel intermedio

6 ¿Cuántos de los siguientes conjuntos son unitarios?

A = {x/x es un primo par}
B = {y/y es un número impar}
C = {z/z es una cifra auxiliar}
D = {t/t es un planeta}

7 Si los conjuntos: $P = \{x - 3;\ 5\}$ y $Q = \{y + 2;\ 4\}$ son iguales, **halla** por extensión:

$R = \{n/n \in \mathbb{N};\ y < n \leq x\}$

8 **Determina** por extensión:

$K = \{4x - 3 \ / \ x \in \mathbb{N} \wedge 7 < 2x + 1 < 19\}$

9 Si B = {2; 2; 2; {2}; 5 {5}} y C = {4; 4; 5; 5; 5; 6; 6}, **halla** el número de subconjuntos de C menos el número de subconjuntos de B.

10 Si el número de subconjuntos de A, B y C es 8, 16 y 32, respectivamente, ¿cuál es la suma de sus cardinales?

Nivel avanzado

11 Sea el conjunto: $A = \{\varnothing; 5; 4; \{a\}; \{2\}; 1\}$. ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. $\varnothing \in A$ II. $\varnothing \subset A$ III. $\{a\} \subset A$

IV. $\{4; a\} \subset A$ V. $\{2\} \subset A$ VI. $\{\varnothing\} \subset A$

12 **Determina** todos los subconjuntos de:

$B = \{3x/\ 1 \leq x \leq 3;\ x \in \mathbb{N}\}$

13 ¿Cuántos subconjuntos comunes tienen:

A = {u; n; o} y B = {c; u; a; t; r; o}?

14 ¿Cuántos subconjuntos binarios tiene el conjunto de las notas musicales?

Tarea

1 **Halla** el número cardinal de cada conjunto:

A = {m; a; m; i; t; a}

B = {1; 2; 2; 3; 3; 4; 5}

2 Si n(A) = 2; donde: $A = \{x + 3; y - 5;\ 4;\ 7;\}$, **halla** el máximo valor de $(x + y)$.

3 Dados los conjuntos unitarios:

$A = \{2m + 4; 8\}$ y $B = \{10; 3p - 5\}$, **halla** $m + p$.

4 Si P(A) tiene 32 elementos y P(B) tiene 16 elementos, **halla** el valor de n(A) + 2n(B).

Unión e intersección de conjuntos

Determinación y cardinal de conjuntos

La tabla muestra una encuesta realizada a cinco personas sobre el consumo de carne y leche.

Nombre	Carne	Leche
Sara	sí	no
Jonás	sí	sí
Elvin	no	sí
Dino	sí	sí
Irma	no	sí

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. ¿Cuántas consumen carne o leche? _____
2. ¿Cuántas consumen carne y leche? _____
3. ¿Cuántas consumen carne pero no leche? _____
4. ¿Cuántas no consumen carne? _____

Razonamiento Matemático

Unión (∪)

El conjunto unión de dos conjuntos A y B está formado por los elementos de A, los elementos de B y los elementos comunes.

Matemáticamente se define así:

$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$ $(\vee = o)$

Intersección (∩)

El conjunto intersección de dos conjuntos A y B está formada por los elementos comunes de A y B.

Matemáticamente se define así:

$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$ $(\wedge = y)$

Diferencia (–)

La diferencia de dos conjuntos A y B está formado por los elementos de A que no están en B.

$A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$

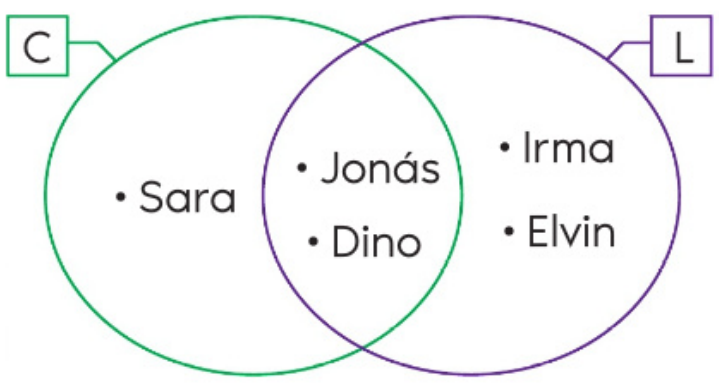
Complemento (A')

El complemento de un conjunto A está formado por los elementos de U que no están en el conjunto A.

$A' = \{x/x \in U \wedge x \notin A\}$

Resolviendo: (Problema introductorio)

Sean los conjuntos C = {comen carne} y L = {toman leche}

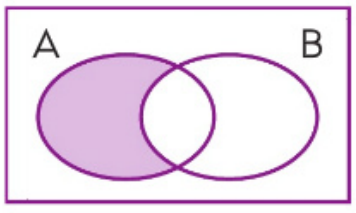


1. Consumen carne o leche:
   $C \cup L$ = {Sara, Jonás, Dino, Irma, Elvin}
2. Consumen carne y leche : $C \cap L$ = {Jonás, Dino}
3. Consumen carne pero no leche: $C - L$ = {Sara}
4. No consumen carne: C' = {Irma, Elvin}

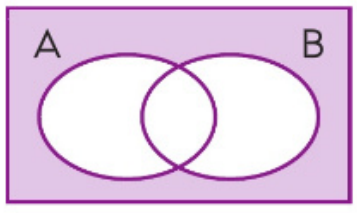
GENIO MATIC

Ejemplo 1

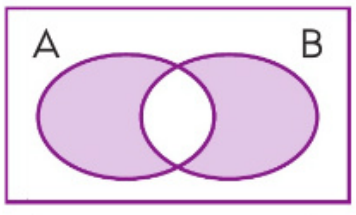
En cada caso, **indica** con una operación conjuntista la región coloreada.



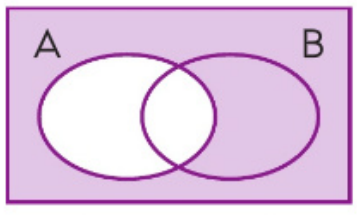
A − B



(A ∪ B)'



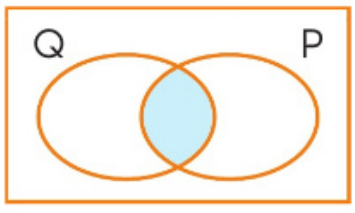
(A−B) ∪ (B−A)



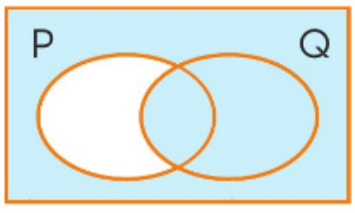
A'

Ejemplo 2

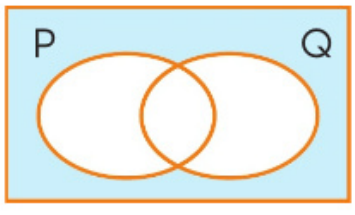
En cada caso, **sombrea** la región indicada por la operación conjuntista.



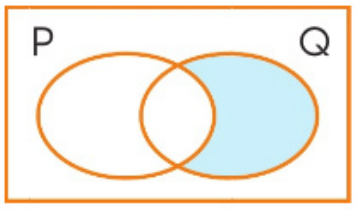
Q ∩ P



(P − Q)'



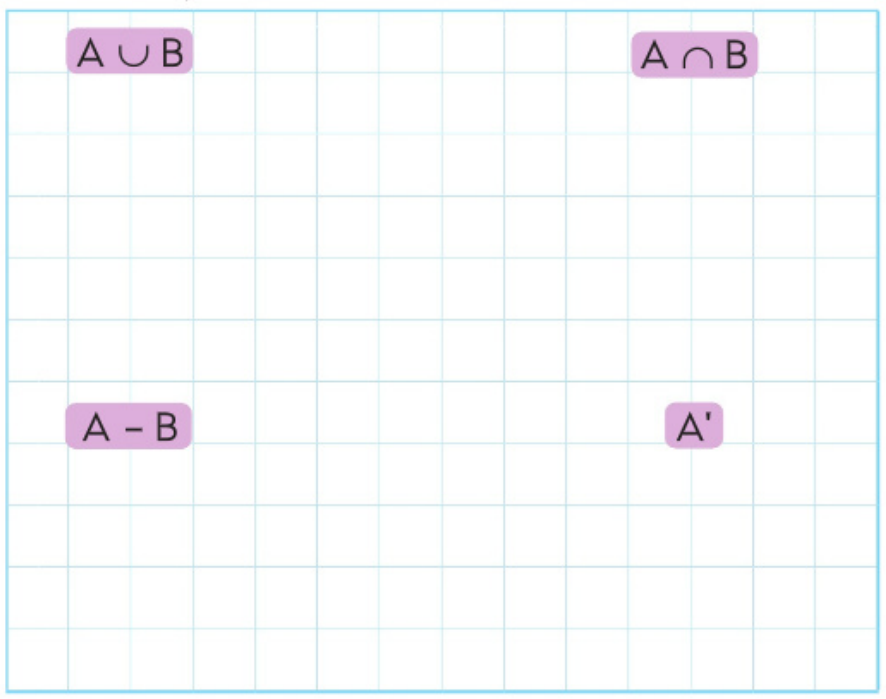
(P ∪ Q)'



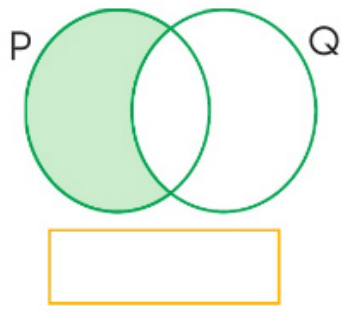
Q ∩ P'

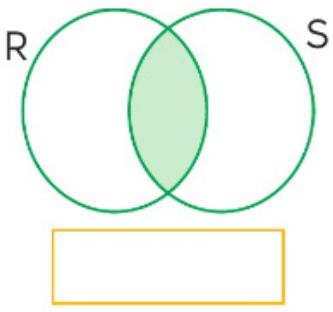
Nivel básico

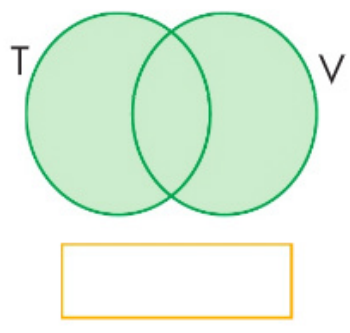
1 **Representa** gráficamente, mediante diagramas de Venn, las siguientes operaciones conjuntistas:

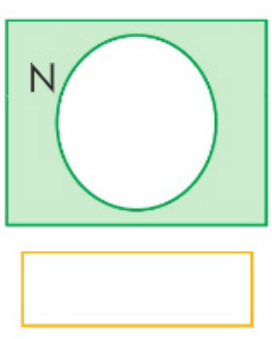


2 **Indica** qué operación conjuntista representan las regiones coloreadas de cada gráfico.





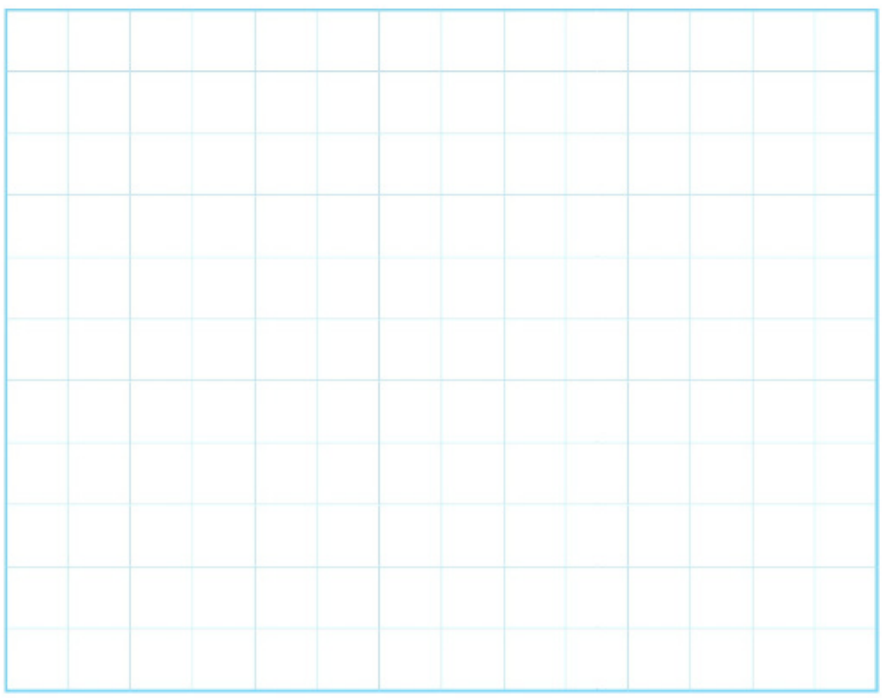




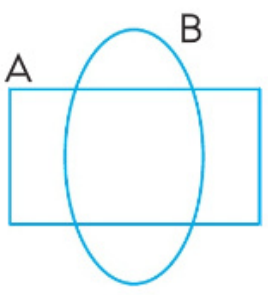
3 Dados los conjuntos:

A = {a, e, i, o, u} y B = {a, b, c, d, e},

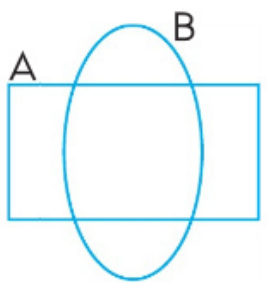
halla A ∪ B, A ∩ B y (A − B).



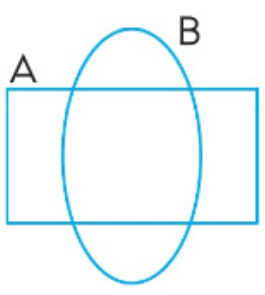
4 En cada caso, **colorea** la operación que se indica.



A ∪ B



A ∩ B



A − B

Razonamiento Matemático

5 Sean los conjuntos:

A = {x/x es una letra de LETRA}

B = {x/x es una letra de THERMO}

Halla A ∪ B, A ∩ B y (B – A).

Nivel intermedio

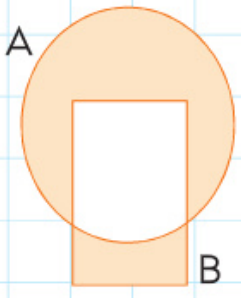
6 **Determina** si es verdadera (V) o falsa (F) cada una de las siguientes proposiciones:

a) A ∪ B = B ∪ A ( )

b) A ∩ B = B ∩ A ( )

c) A – B = B – A ( )

7 **Escribe** una operación conjuntista que represente la región coloreada.



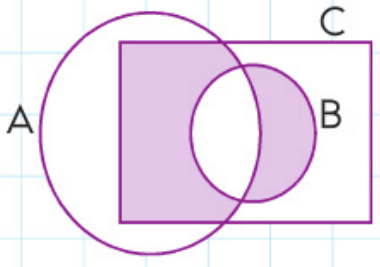
8 Si A ∩ B = ϕ, entonces podemos afirmar que:

A) A ∪ B = A B) A – B = A C) A' = B

9 Si A ⊂ B, entonces podemos afirmar que:

A) A ∪ B = A B) A ∩ B = A C) A – B = A

10 **Escribe** una operación conjuntista que represente la región coloreada.



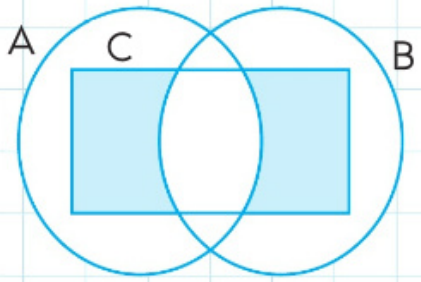
Razonamiento Matemático

Nivel avanzado

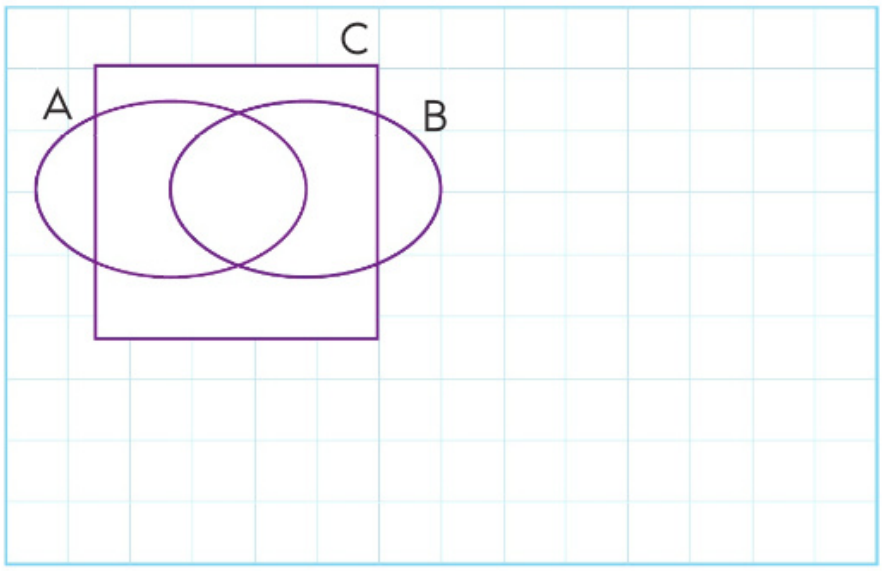
11 Si A tiene 6 elementos y B tiene 4 elementos, entonces podemos asegurar que:

a) $A \cup B$ tiene $6 + 4 = 10$ elementos
b) $A \cap B$ tiene no más de 4 elementos
c) $(A - B)$ tiene $6 - 4 = 2$ elementos

12 **Escribe** las operaciones conjuntistas que representen la región coloreada de la figura.



13 En la figura **colorea** la operación:
$(A \cap B)' \cap C$.



14 Se ha encuestado a cinco personas sobre el consumo de 3 productos.

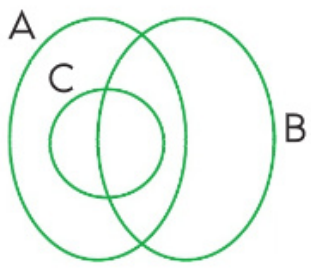
Nombre	Carne	Leche	Huevo
Ela	sí	sí	no
Ema	no	sí	no
Teo	sí	no	no
Beto	sí	sí	sí
Luz	sí	no	sí

a) ¿Cuántas consumen carne y leche?
b) ¿Cuántas consumen un solo producto?

Tarea

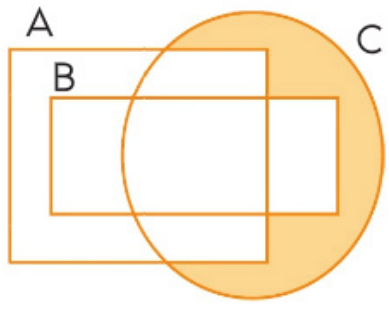
1 Dados los conjuntos:
$A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{a, d, e, p, r, s\}$,
halla $A \cup B$, $A \cap B$ y $(A - B)$.

2 **Colorea** la región que representa la operación $(A \cap B) \cap C'$.



3 **Demuestra** gráficamente que:
$(A \cup B) \cap B = B$

4 **Escribe** una operación conjuntista que represente la región coloreada.



Problemas de conjuntos

Operaciones con conjuntos

Gerardo recorre diferentes colegios ofreciendo cursos de inglés y francés para una academia de idiomas.

En un salón de 30 alumnos se apuntaron 20 para inglés, 15 para francés y a 8 no los pudo convencer.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos se apuntaron en los dos cursos y cuántos en uno solo?

En este capítulo vamos a abordar diversas estrategias para resolver problemas con el cardinal y las operaciones con conjuntos.

Es importante diferenciar entre "cuáles" y "cuántos" son los elementos de un conjunto. Lo primero se refiere a qué elementos forman el conjunto y lo segundo, solo al número de sus elementos.

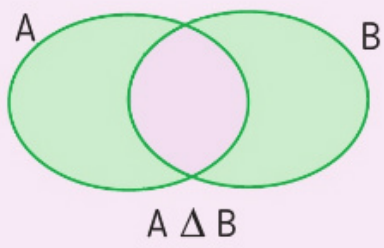
Ten en cuenta

Diferencia simétrica (Δ)

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

o

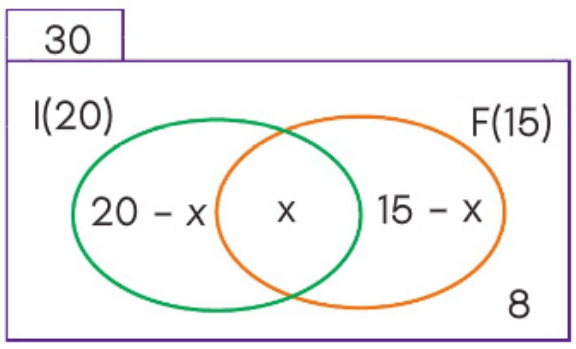
$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$



Razonamiento Matemático

Resolviendo: (Problema introductorio)

Método algebraico



$(20 - x) + x + (15 - x) + 8 = 30$

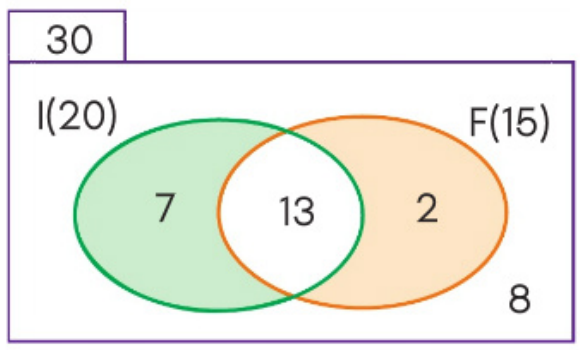
$20 - x + x + 15 - x + 8 = 30$

$43 - 30 = x$

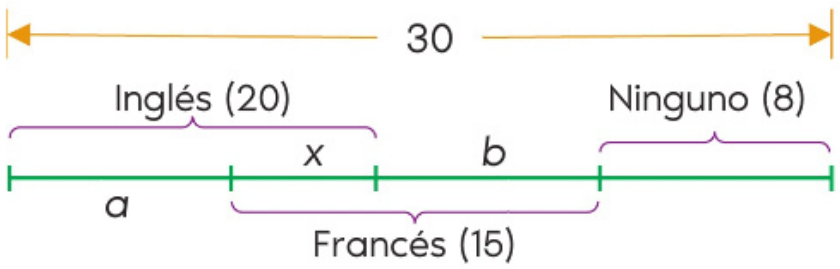
$x = 13$

En 2 cursos se apuntaron 13

En 1 solo curso: 7 + 2 = 9



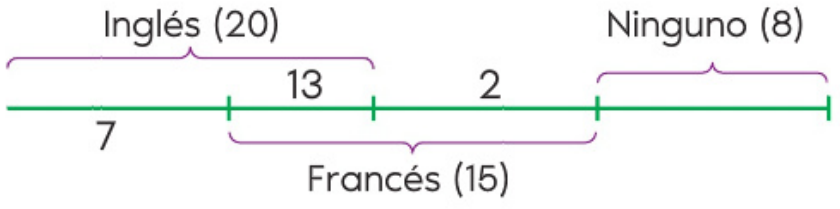
Método lineal



- $a = 30 - (8 + 15) \Rightarrow a = 7$
- $b = 30 - (8 + 20) \Rightarrow b = 2$
- $x = 20 - a$

$x = 20 - 7 \Rightarrow x = 13$

Reemplazando los valores:



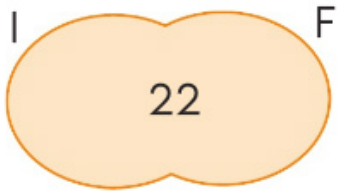
En 2 cursos se apuntaron 13

En 1 solo curso: 7 + 2 = 9

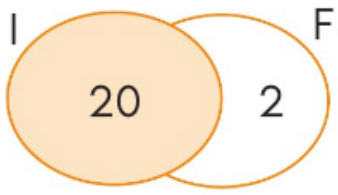
Método aritmético

En inglés o francés:

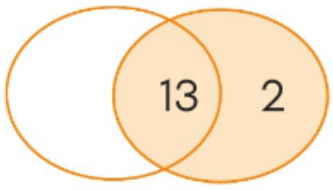
30 – 8 = 22



En inglés 20

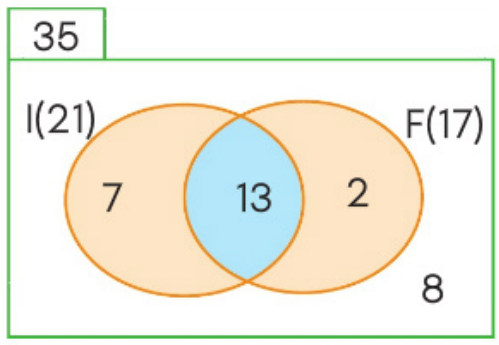


En francés 15



• En 2 cursos se apuntaron 13 • En 1 solo curso: 7 + 2 = 9

Solución:



Ejemplo

A 25 niños y niñas se ha encuestado sobre el consumo de helados; 12 varones han respondido que sí y 3 mujeres, que no. Si 13 de los encuestados son varones, ¿cuántos de ellos consumen helados?

Resolviendo:

- Mujeres: 25 – 13 = 12
- $a = 12 - 3 = 9$
- Consumen helados: 12 + 9 = 21

Nivel básico

1 A una reunión asistieron 40 personas, mitad hombres y mitad mujeres. La mitad de los hombres usan reloj. Si 18 de los reunidos usan reloj, ¿cuántas mujeres no usan reloj?

2 En un salón de clases de 50 niños y niñas, a 12 les gusta solo el helado de fresa y a 13 solo el helado de chocolate. Si a 10 niños no les gusta el helado de fresa ni de chocolate, ¿a cuántos niños les gustan los dos helados?

3 Durante 30 días, Isaac tomó café o leche, 18 días tomó café y 20 días leche. ¿Cuántos días tomó café con leche?

4 En el salón de Eduardo hay 30 alumnos, de los cuales 18 son mujeres. Nueve varones tienen celular. ¿Cuántas mujeres no tienen celular, si 20 alumnos lo tienen?

5 En una heladería había 17 niños, de los cuales 9 preferían helado de vainilla, 11 preferían helado de chocolate y 5 preferían los dos sabores. ¿Cuántos preferían sólo helado de vainilla?

Nivel intermedio

6 En una peña criolla trabajan 32 artistas, de los cuales 16 bailan; 25 cantan y 12 cantan y bailan. ¿Cuántos artistas no cantan ni bailan?

7 De 42 niños que asisten a una fiesta, 15 son varones. En un momento, las mujeres que no bailan son el doble de los varones que bailan. ¿Cuántas personas no bailan?

8 En el aula de quinto de primaria hay 37 alumnos, de los cuales 15 aprobaron Inglés y 17, Lógico Matemático. ¿Cuántos aprobaron los dos cursos si 8 desaprobaron las dos materias?

9 En el salón de Rosa hay 36 alumnos, y todos estudian por lo menos un idioma. Si 10 de ellos estudian sólo inglés y 13 estudian sólo francés, ¿cuántos estudian los dos idiomas a la vez?

10 En una feria gastronómica se sabe que de 200 personas, 80 comen chicharrón y ceviche, 35 comen solo chicharrón y 47 comen solo ceviche. ¿Cuántos no comen ceviche ni chicharrón?

Nivel avanzado

11 En una encuesta realizada a 50 estudiantes para saber sus preferencias, se obtuvo que 38 prefieren el curso de Lógico Matemático, 34 prefieren Comunicación Integral y 12 prefieren ambos cursos. ¿Cuántos alumnos prefieren solo un curso?

12 De un grupo de 150 estudiantes, 70 no leen y 60 no escriben. Si leen solamente 40, ¿cuántos leen y escriben?

13 En una fiesta en la que participan 150 personas, hay 70 hombres. Si en un momento dado las mujeres que bailan son la tercera parte de las mujeres que no bailan, ¿cuántos varones no están bailando?

14 En un concurso interno de matemática, 50 alumnos han rendido 3 exámenes. De ellos, 20 aprobaron el primero, 15 el segundo, 24 el tercero y 8 no aprobaron ninguno. Si 10 aprobaron el primero y el tercero, ¿cuántos aprobaron solo el segundo examen?

Tarea

1 De un grupo de personas, 23 viajan en tren o autobús, 11 viajan en tren y autobús, 17 viajan en autobús. ¿Cuántas viajan en tren?

2 En un salón de 34 alumnos, 18 practican fútbol, 24 básquet y 10 practican fútbol y básquet. El número de alumnos que no practican ni fútbol ni básquet es:

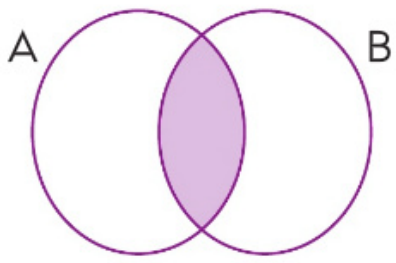
3 De 70 clientes de un centro comercial, 48 compran televisor y 45 compran DVD. ¿Cuántas personas compran un solo artefacto, si cada uno por lo menos compra uno?

4 En un salón de 35 alumnos, 28 aprobaron Matemática, 5 mujeres no aprobaron Matemática. ¿Cuántos hombres aprobaron Matemática si 15 son mujeres?

Reforzando - Unidad 1

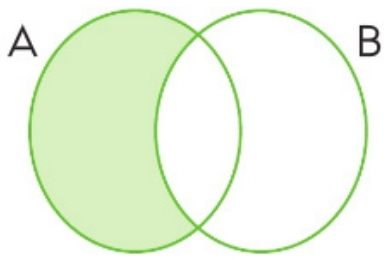
1 La región sombreada representa:

A) $A \cup B$
B) $A \cap B$
C) $A - B$
D) $B - B$



2 La región sombreada representa:

A) $A \cup B$
B) $A \cap B$
C) $A - B$
D) $B - A$



3 ¿Cuántos elementos tiene el conjunto $A = \{x/x$ es una letra de BANDEROLA$\}$?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12

4 El conjunto "A" tiene 36 elementos, el conjunto "B" tiene 24 elementos y entre ambos tienen 10 elementos comunes. ¿Cuántos elementos pertenecen a "A" pero no a "B"?

A) 28 B) 24 C) 25 D) 26

5 De un grupo de personas que leen los diarios Noticias o Novedades, se conoce que 72 leen Noticias, 51 leen Novedades y 34 leen sólo Noticias. ¿Cuántas personas leen sólo Novedades?

A) 10 B) 13 C) 15 D) 17

6 En una reunión se observó que: 46 personas usaban relojes; 24 usaban pulseras y 12 usaban ambas cosas. ¿Cuántas personas asistieron a la reunión si todos llevaban al menos una de las dos prendas?

A) 48 B) 50 C) 56 D) 58

7 En un restaurante, donde asisten 40 personas, 19 toman solo café; 10, café con leche; el resto solo leche. ¿Cuántas toman leche?

A) 10 B) 11 C) 21 D) 23

Olimpiadas nacionales e internacionales

8 En una encuesta realizada a un grupo de deportistas: 115 practican básquet, 35 practican básquet y ajedrez, 90 practican solo ajedrez, 105 no practican básquet. ¿A cuántos deportistas se encuestó?

A) 180 B) 190 C) 200 D) 220

9 Durante todas las noches del mes de mayo, Marlene escucha música o lee un libro. Si escucha música 21 noches y lee un libro 15 noches, ¿cuántas noches lee un libro escuchando música?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2

10 Se tienen 80 personas, de las cuales 6 juegan fútbol y básquet, 30 no juegan fútbol ni básquet y 20 juegan fútbol. ¿Cuántas solamente juegan fútbol?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16

11 De un grupo de 65 alumnos, 30 prefieren Lenguaje, 40 prefieren Matemática, 5 prefieren otros cursos. ¿Cuántos prefieren Matemática y Lenguaje?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12

12 Encuestaron a 80 personas: 47 tienen refrigeradora, 56 tienen computadora y 5 no tienen ninguno de los dos artefactos. ¿Cuántas personas tienen computadora solamente?

A) 20 B) 28 C) 23 D) 25

13 Cien alumnos de un colegio solicitan beca, y al hacer su estudio socio económico se establece que 60 tienen televisor y 78 tienen radio. ¿Cuántos tienen sólo radio, si se sabe que 9 no tienen ni televisor ni radio?

A) 27 B) 28 C) 30 D) 31

14 Dados los conjuntos: E = {vocales de la palabra Pedro}; F = {vocales de palabra Leo}; H = {a, b} y Z = {a, b, u, e, l, o}, escribe V si la notación es correcta y F si es falsa:

a) E = F ( )
b) E ⊂ H ( )
c) E ⊂ F ( )
d) F ⊂ Z ( )
e) b ∈ H ( )
f) G ⊂ Z ( )
g) H ⊂ Z ( )
h) e ∈ Z ( )
i) e ∈ H ( )
j) u ∈ Z ( )

15 Dados los conjuntos: A = {1; 2; 3; 6; 7; 8; 9} y B = {3; 4; 5; 6; 8; 9}, determina:

a) n(A ∩ B)
b) n(A ∪ B)

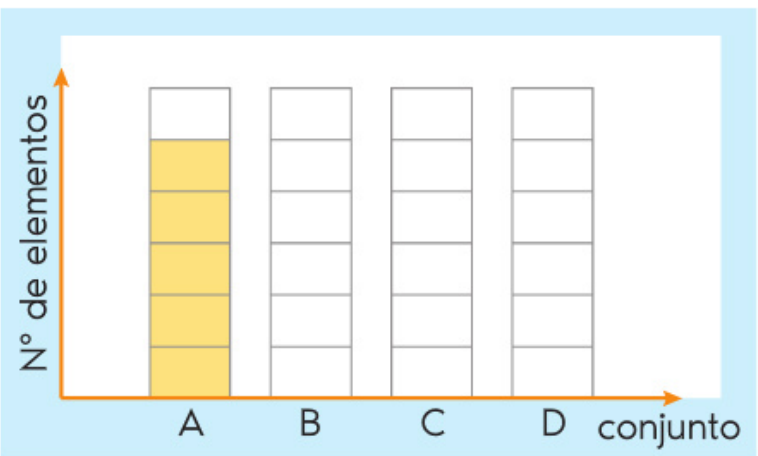
16 Dados los conjuntos: A = {3; 6; 7; 8}; B = {5; 6; 8; 9} y C = {4; 6; 7; 9, 10}, determina y representa gráficamente:

a) A ∩ B ∩ C
b) A ∪ B ∪ C

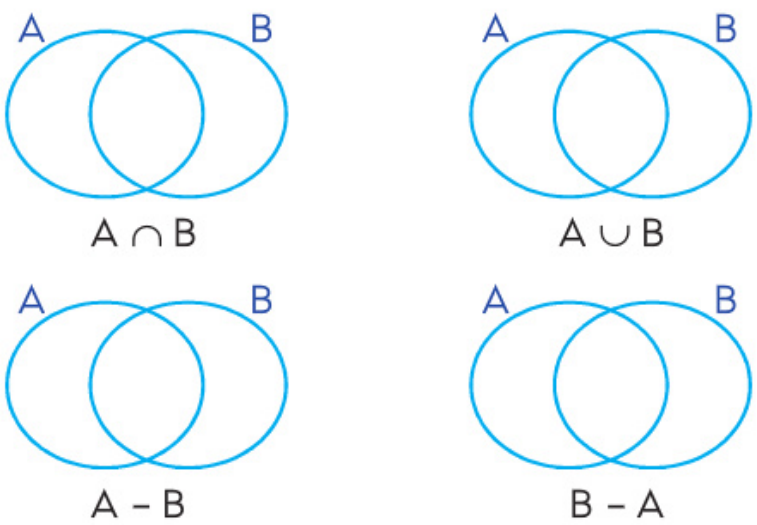
17 Dados los conjuntos:

A = {5; 6; 7; 8; 9}
B = {6; 8; 9; 10}
C = {8; 9; 10}
D = {2; 4; 6; 7}

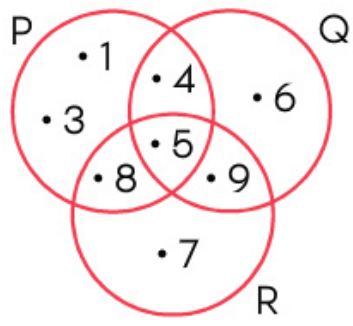
completa coloreando el gráfico del número de elementos del conjunto.



18 En cada uno de los gráficos, colorea la operación que figura en la parte inferior.



19 Dado el diagrama adjunto, escribe dentro de cada paréntesis V si la operación es correcta y F, si es falsa:



P - Q = {1; 3; 8} ( )
Q - R = {4; 5; 6; 9} ( )
R - P = {7; 9} ( )
Q - P = {4; 5; 9} ( )

20 De 36 alumnos del 5to grado: 25 aprueban Comunicación y 10 aprueban Matemática y Comunicación. ¿Cuántos alumnos aprueban sólo Matemática?

21 De un grupo de 50 personas: 35 gustan de teatro y 36 del cine. Si 16 gustan de los dos espectáculos, ¿cuántas personas no gustan de ninguno?

22 De un grupo de 300 personas, 185 consumen Inca Kola, 130 consumen Coca Cola y 62, las dos bebidas. ¿Cuántos no consumen ninguna de las bebidas?

23 De 50 alumnos, 30 practican fútbol y 24 practican básquet. ¿Cuántos practican los dos deportes?

24 En una reunión de profesores: 45 son de Matemática, 38 son solo de Física, 6 no enseñan ninguno de estos cursos. ¿Cuántos profesores integran la reunión?

25 De 50 estudiantes encuestados: 20 practican solo fútbol, 12 practican fútbol y natación, 10 no practican ninguno de estos deportes. ¿Cuántos practican natación y cuántos solo natación?

26 De 300 alumnos que salen al recreo: 90 bebieron Inca Kola, 60 bebieron Coca Cola, 10 bebieron ambas bebidas. ¿Cuántos alumnos bebieron solo una de estas bebidas?

27 José realiza un viaje mensual durante todo el año a Chiclayo o Trujillo. Si 8 viajes fueron a Chiclayo y 11 viajes fueron a Trujillo, ¿cuántos meses visitó los dos lugares?

Autoevaluación

1 Representa gráficamente las siguientes operaciones conjuntistas.

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$

c) $A - B$ d) $B - A$

2 En una reunión de trabajo de 30 personas se ofreció jugo de limón y jugo de naranja. Si 20 se sirvieron jugo de limón, 10 jugo de naranja y 8 ninguna de la dos bebidas, ¿cuántas personas bebieron jugo de limón y jugo de naranja?

3 Una compañía de teléfonos celulares realiza una encuesta a 100 jóvenes y registra que 35 jóvenes hacen solo llamadas, 18 realizan llamadas y mensajes y 40 solo envían mensajes. El resto no llama ni envía mensajes. ¿Cuántos jóvenes no realizan llamadas ni envían mensajes por celular?

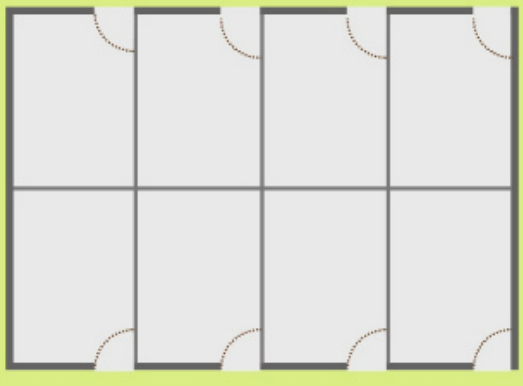
4 En una revisión de autos, 26 tienen fallas de luces y frenos, en 40 fallan solo los frenos, 10 autos pasaron la revisión y el resto tuvo fallas solo en las luces. Si en total se revisaron 100 autos, ¿cuántos autos tienen fallas solo en las luces?

5 En un salón de 100 alumnos, 65 aprobaron Razonamiento Matemático, 25 Razonamiento Matemático y Razonamiento Verbal, 15 aprobaron solamente Razonamiento Verbal. ¿Cuántos no aprobaron ninguno de los cursos mencionados?

6 En una encuesta realizada a 120 personas: 40 leen solamente la revista "G", 60 leen solamente la revista "C", 12 no leen ninguna de estas revistas. ¿Cuántas no leen la revista "C"?

Ninguno

Juegos lógicos



Se muestra el plano de un campamento minero de 8 habitaciones.

El ingeniero ha ordenado al albañil que elimine algunas paredes para que queden exactamente 6 habitaciones cuadradas. El albañil decidió romper el menor número de paredes para cumplir la orden.

VIDEO DE TEORÍA

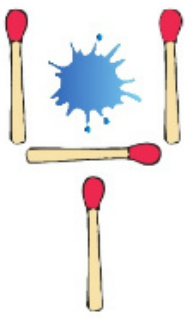
Responde:

1. Señala las paredes que ha roto.

Estos problemas requieren bastante imaginación, ya que moviendo, aumentando o quitando palitos de fósforo o monedas, debemos encontrar una figura que satisfaga la condición del problema.

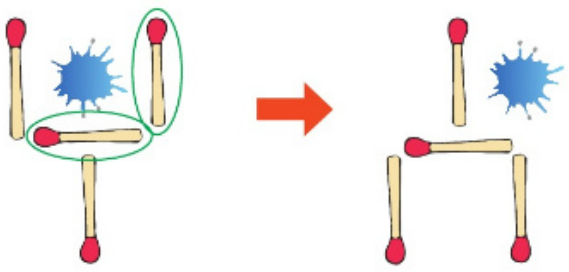
Ejemplo 1

En este recogedor hecho de palillos hay una basurita. **Mueve** dos palitos y **haz** que ésta quede fuera del recogedor.



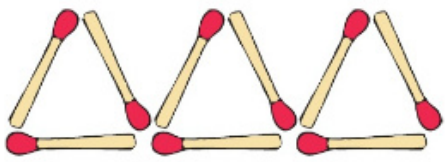
Resolviendo:

Movemos los palitos que están marcados.



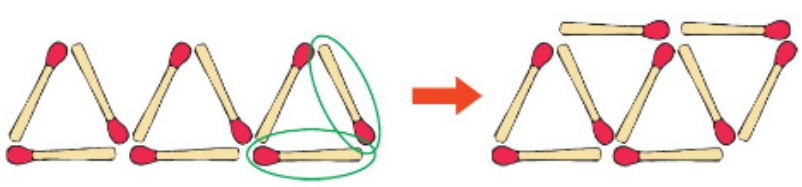
Ejemplo 2

Mueve dos palitos y **forma** cuatro triángulos.



Resolviendo:

Los palitos marcados son los que se han movido.

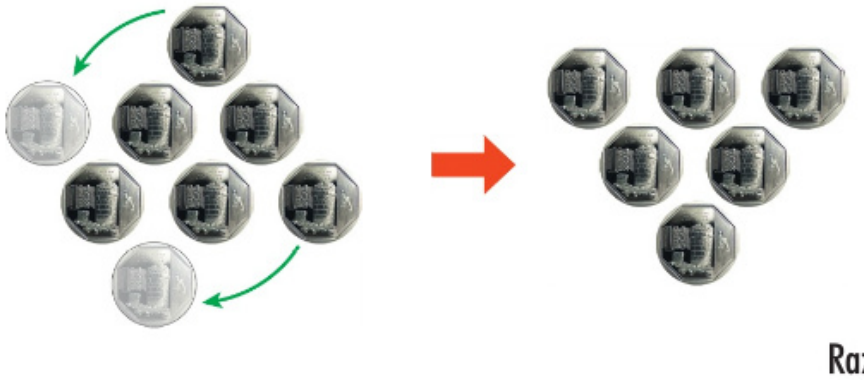


Ejemplo 3

Mueve dos monedas y **haz** que el triángulo apunte hacia abajo.

Resolviendo:

Hay varias formas de resolver el problema. Una de las formas es la siguiente:



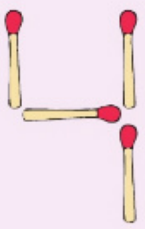
Ten en cuenta

FORMANDO NÚMEROS CON PALITOS DE FÓSFORO

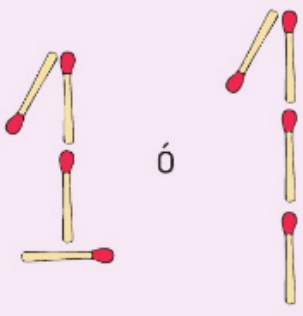
Con los palitos de fósforo también podemos formar números.

Ejemplo:

Mover dos palitos y formar el número uno.



Acomodamos los palitos del siguiente modo.



Ejemplo 4

Agregue una moneda al siguiente "signo de la adición" para que cada línea tenga cuatro monedas.

Resolviendo:

Para que cada línea del signo "más" tenga igual número de monedas agregamos una encima de la que está encerrada.

Ejemplo 5

¿Cuántas monedas idénticas se necesitan para rodear tangencialmente a las monedas mostradas?

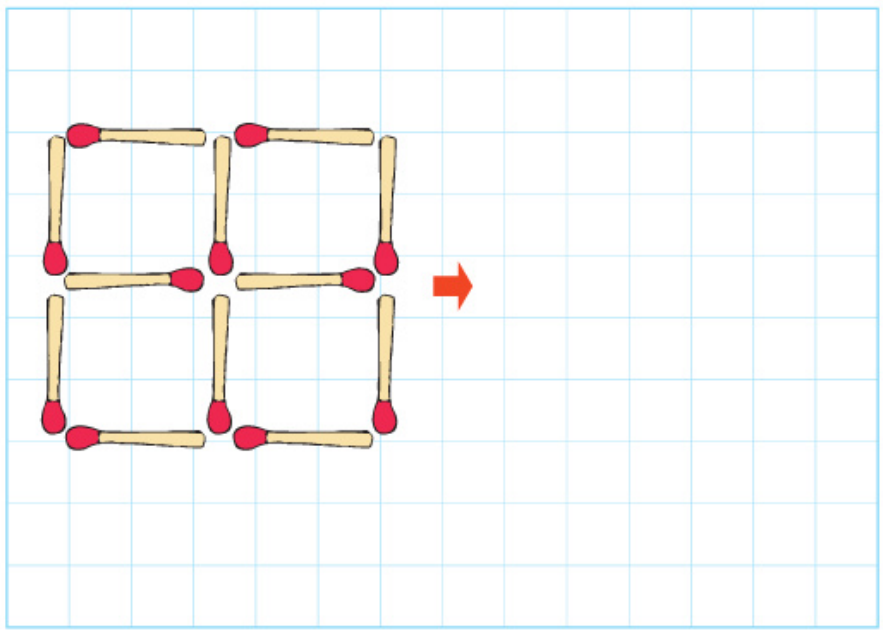
Resolviendo:

Rpta.: 9 monedas

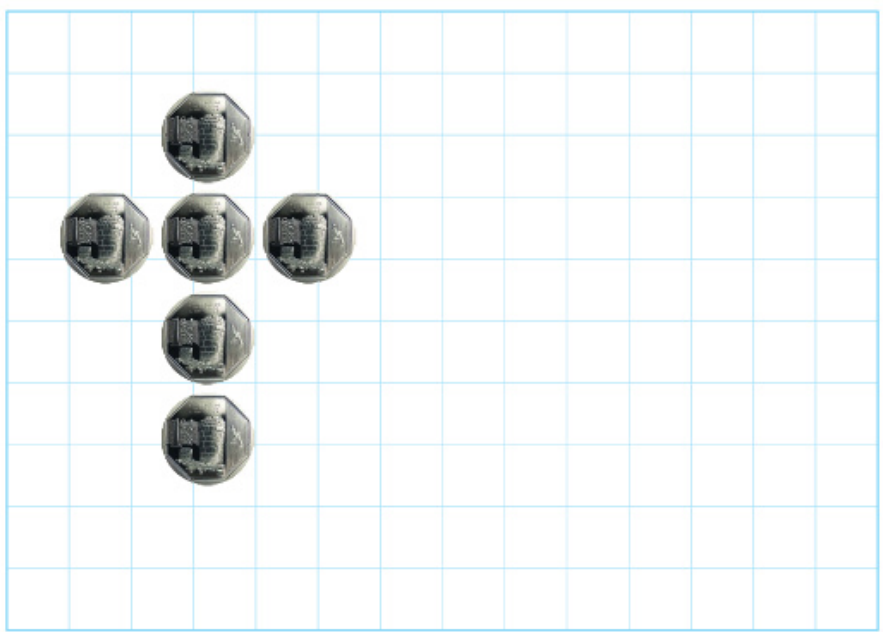
Razonamiento Matemático

Nivel básico

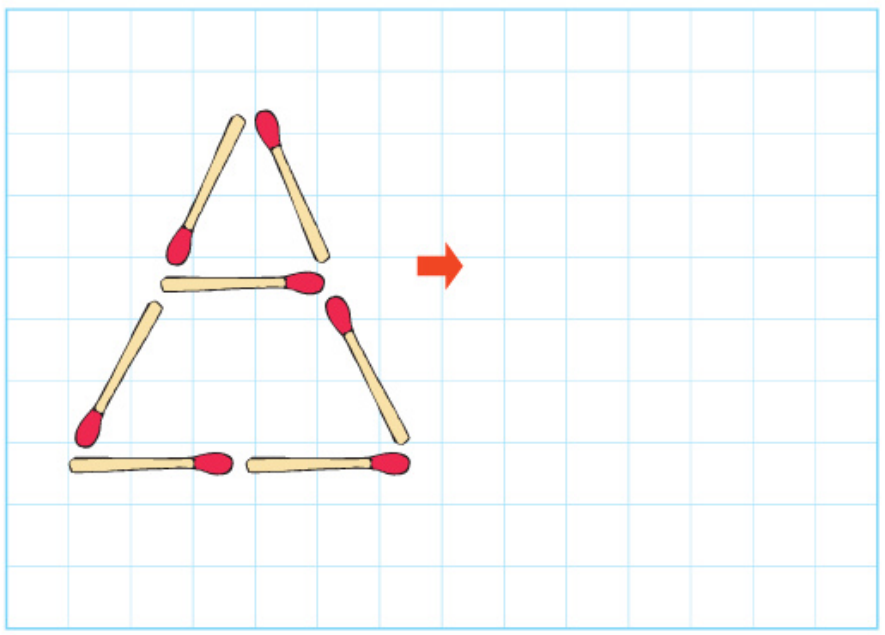
1 **Retira** 2 palitos y **forma** 2 cuadrados.



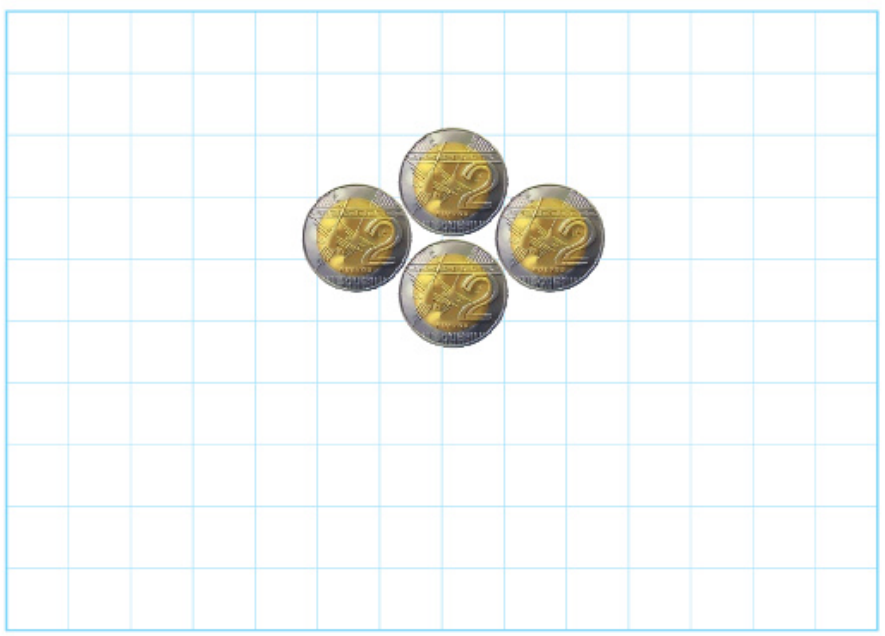
2 **Mueve** una moneda y **logra** que la cruz contenga igual número de monedas en cada brazo.



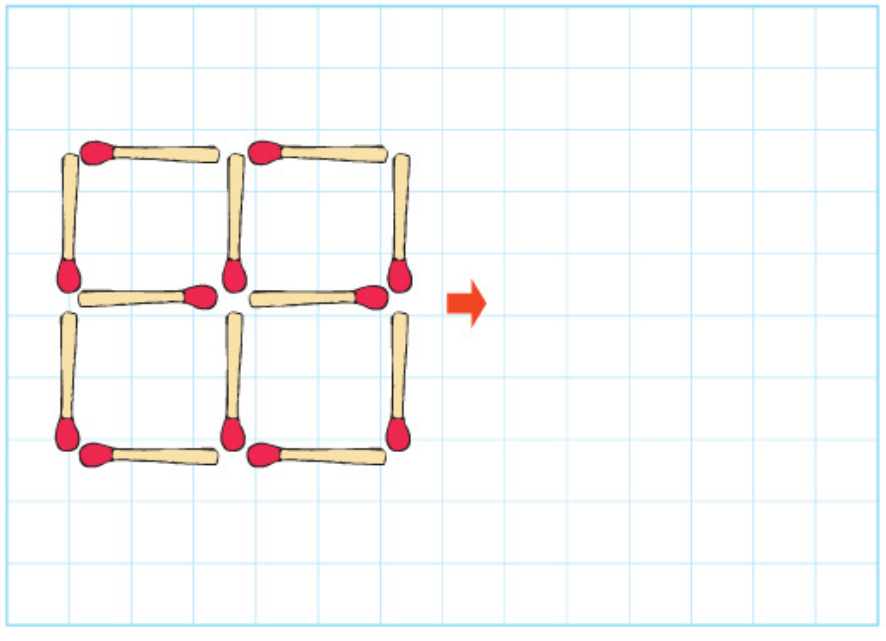
3 **Cambia** de lugar 2 palitos y **forma** 3 triángulos.



4 ¿Cuántas monedas idénticas rodean totalmente a las mostradas?

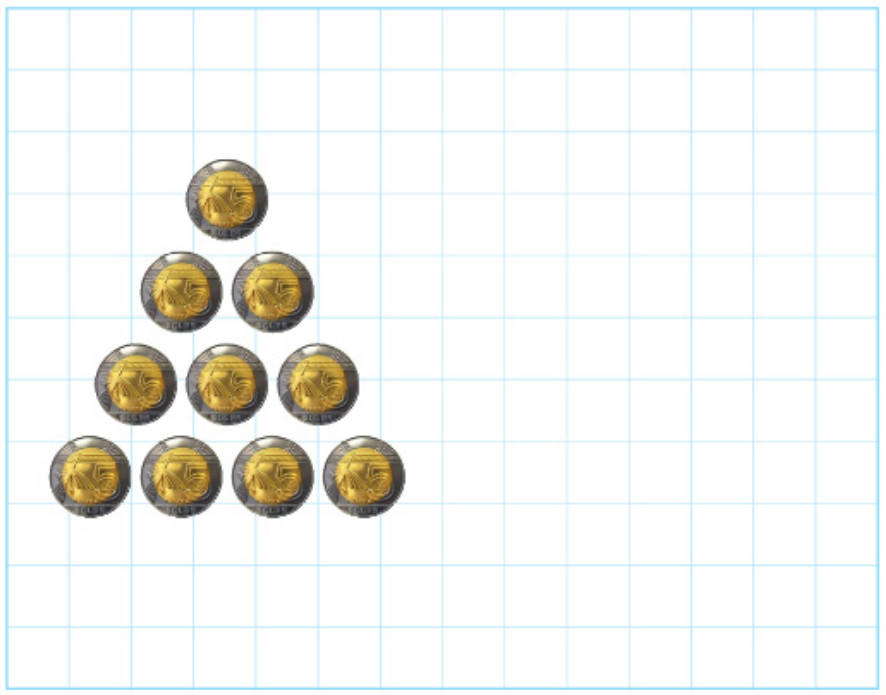


5 **Cambia** de lugar 4 palitos y **forma** 2 cuadrados.

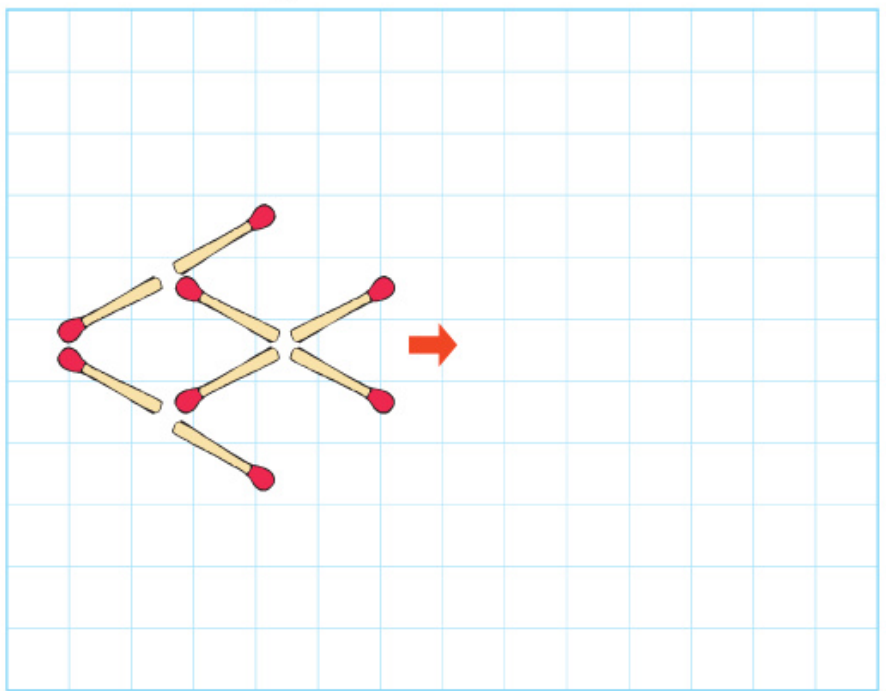


Nivel intermedio

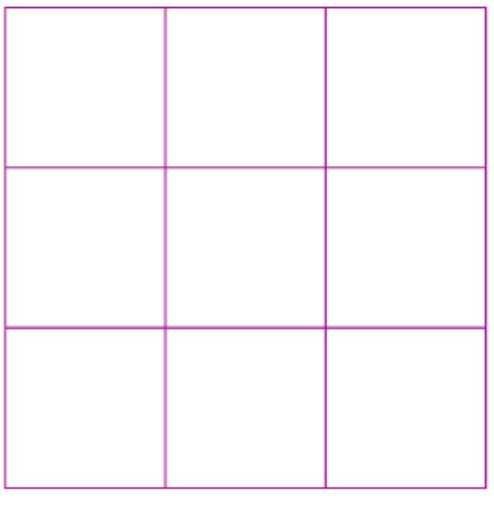
6 Con 10 monedas se ha formado un triángulo con el vértice hacia arriba. **Procura** que el vértice apunte hacia abajo moviendo solo tres monedas.



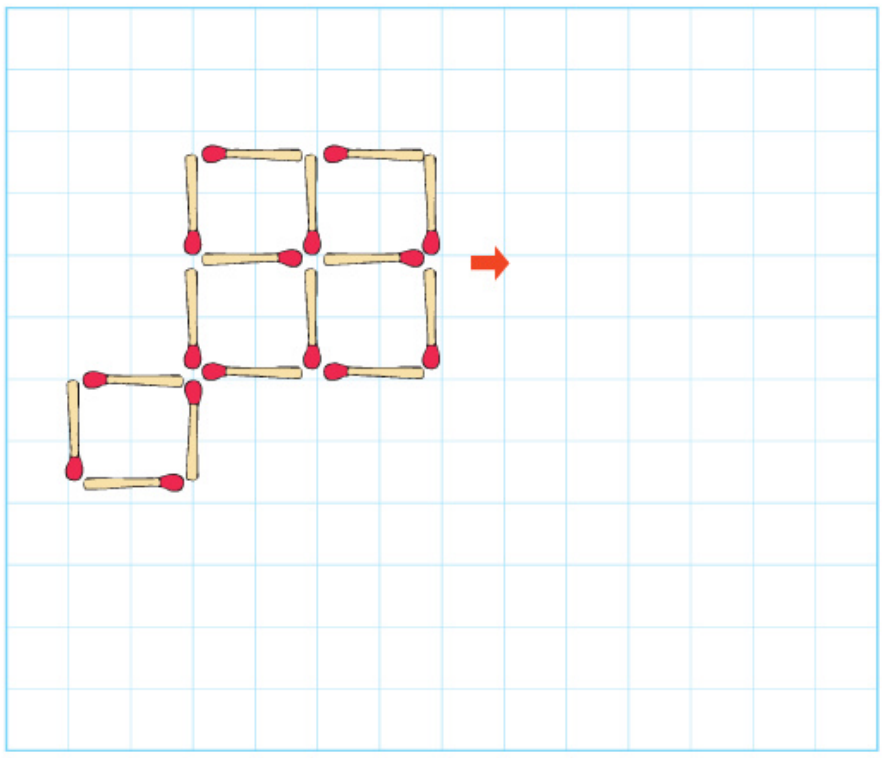
7 **Mueve** 3 palitos y **haz** que este pez nade en sentido opuesto.



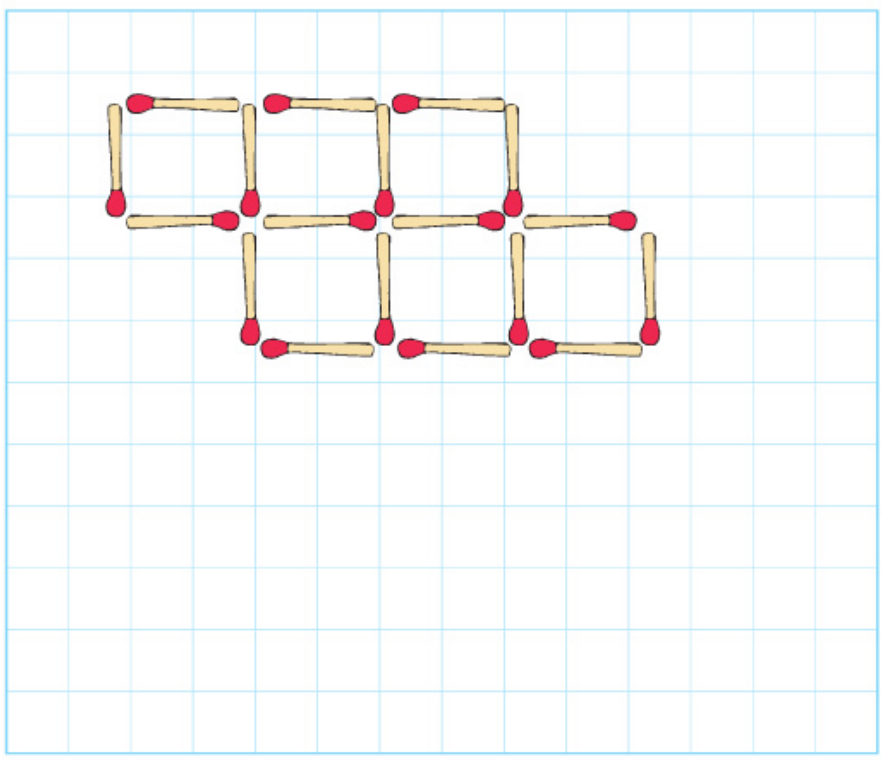
8 **Coloca** seis monedas de modo que en cada fila horizontal y en cada fila vertical aparezcan igual número de monedas.



9 **Mueve** 2 palitos y **forma** 4 cuadrados.



10 **Retira** dos palitos para que queden 4 cuadrados del mismo tamaño.

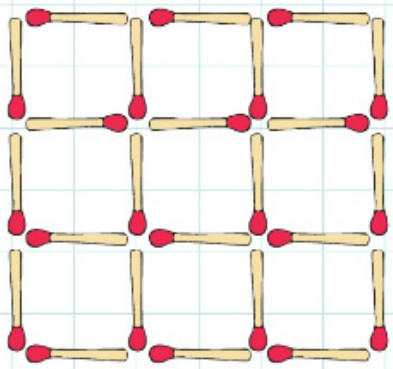


Nivel avanzado

11 Moviendo una sola copa, **logra** que las llenas y las vacías queden alternadas.

12 Cambiando de lugar 3 monedas, **invierte** el triángulo.

13 ¿Cuántos palitos se deben retirar como mínimo para que queden 5 cuadrados del mismo tamaño?

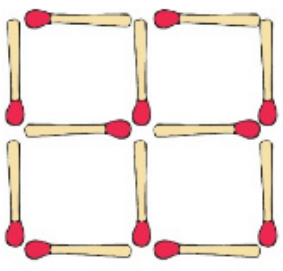


14 Con diez monedas, **construye** cinco filas que contengan 4 monedas cada una.

Razonamiento Matemático

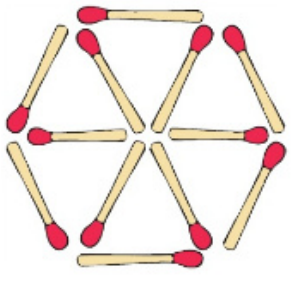
Tarea

1 **Retira** 2 palitos y **forma** 3 cuadrados.

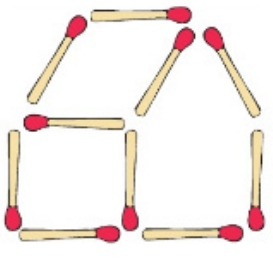


2 ¿Cuántas monedas rodean totalmente a las mostradas?

3 **Quita** 3 palitos de fósforo y **forma** 3 triángulos iguales.



4 **Mueve** dos palitos y **cambia** el sentido de la casita.



GENIO MATIC

Sucesiones literales y gráficas

Adición y Sustracción

Un detective que trabaja de encubierto hace llegar a la estación de policía el siguiente mensaje:

1 - 20 - 1 - 12 - 21 - 16 - 1 - 12

2 - 1 - 14 - 3 - 16 - I - 17 - 13

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué dice el mensaje?

Las sucesiones literales consisten en una secuencia de letras del alfabeto, sin considerar la "ch" y la "ll", que obedecen alguna regla de formación. Para determinar el orden de las letras es conveniente asignar un número a cada letra.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9

J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q
10	11	12	13	14	15	16	17	18

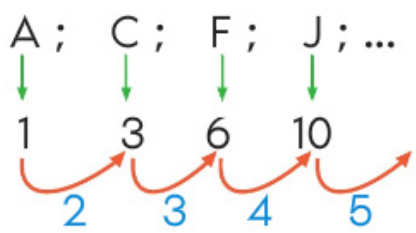
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
19	20	21	22	23	24	25	26	27

Ejemplo 1

¿Qué letra sigue en la sucesión A; C; F; J; ..... ?

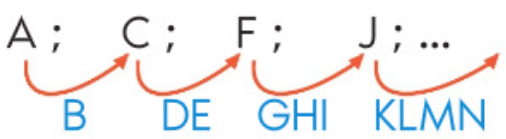
Resolviendo:

- **1° solución:** Asignemos el número que corresponde a cada letra:



∴ El número que sigue es 15 y la letra que le corresponde es Ñ.

- **2° solución:** Escribimos las letras que faltan en la sucesión:



∴ La letra que sigue es Ñ.

Ten en cuenta

Los términos de algunas sucesiones literales pueden ser las letras iniciales de los números, de los días de la semana o de los meses del año.

Ejemplo 1:

D; C; S; O; ....

Donde estos términos son letras iniciales de los números pares:

2 = (D)os 6 = (S)eis

4 = (C)uatro 8 = (O)cho

El término que sigue es la letra inicial del número:

10 = (D)iez

Ejemplo 2:

E; F; M; A; .....

La letra que sigue es la inicial de "MAYO" ya que E; F; M; A; son las letras iniciales de los primeros meses del año.

(E)NERO (M)ARZO

(F)EBRERO (A)BRIL

Ejemplo 2

¿Qué letra sigue en la secuencia U ; D ; T ; C ; C ?

Resolviendo:

Observamos que cada letra representa las iniciales de los números naturales: (U)no ; (D)os ; (T)res ; (C)uatro ; (C)inco ...

La letra que sigue es la inicial del número (S)eis.

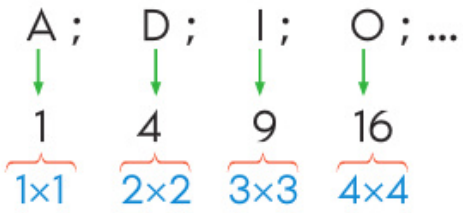
∴ La letra que sigue es S.

Ejemplo 3

La letra que falta en la sucesión: A ; D ; I ; O ; es:

Resolviendo:

Según el número que ocupa cada letra en el abecedario se tiene:



∴ Como sigue 5 x 5 = 25, la letra que sigue es del lugar 25: X

Ten en cuenta

SUCESIÓN ALFANUMÉRICA

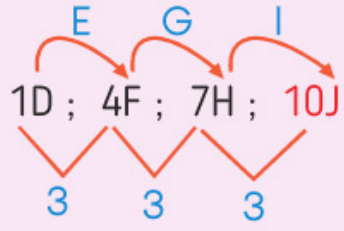
Es una sucesión cuyos términos son letras y números.

Ejemplo:

1D ; 4F ; 7H ; ....

Solución:

Los números avanzan de 3 en 3 y las letras avanzan dejando una letra.



∴ El término que sigue es: 10J.

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 ¿Qué letra sigue en B ; D ; F ; H ; ... ?

a) L b) M c) J

2 ¿Qué letra sigue en A ; D ; G ; J ; ... ?

a) N b) M c) Ñ

3 ¿Qué letra sigue en H ; F ; D ; ... ?

a) B b) C c) A

4 ¿Qué término continúa en la sucesión

5B ; 7E ; 10H ; 14K ; ... ?

a) 18N b) 19N c) 18M

5 **Determina** el número y la letra que siguen en: 2 ; X ; 5 ; V ; 8 ; S ;...

a) 11; O b) 11; P c) 10; Q

Nivel intermedio

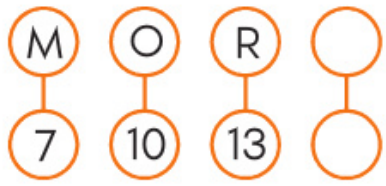
6 ¿Qué letra continua en B ; D ; H ; ... ?

a) J b) L c) O

7 ¿Qué letra sigue en Z ; W ; T ; Q ; ... ?

a) Ñ b) L c) I

8 La letra y el número que van en la figura vacía son:



9 La letra que sigue en U ; T ; C ; S ; ... es:

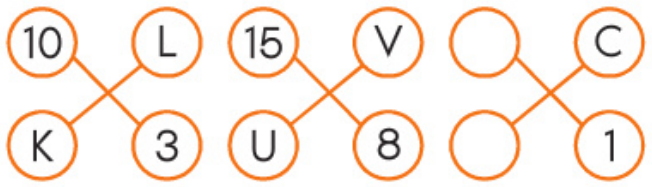
a) M b) N c) O

10 **Determina** el número y la letra que faltan en la figura.

a) 9; B

b) 8; B

c) 8; D

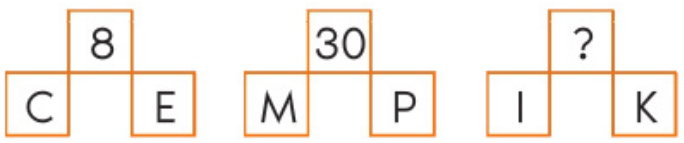


Nivel avanzado

11 **Determina** el número que sigue en:

N, 15, X, 26, O, 17, R, ...

12 ¿Qué número falta en la secuencia?



13 La letra que sigue en la sucesión

R, Q, O , M, ... es:

14 ¿Qué letra continúa en la sucesión

D, C, S, O, ... ?

Tarea

1 ¿Qué letra continua en C; E; H; J; M; ...?

2 ¿Qué letra sigue B; H; M; P; ... ?

3 ¿Qué término continúa 2A; 4C; 8G; ... ?

4 El número que falta es:

Z	C	Ñ	Q
26	2	14	

Ninguno

Sudoku

Jeremy encontró este sudoku en la página de entretenimiento de un diario y se puso a resolver.

Llenar completamente le demoró media hora.

		8		9		4	1	3
		3		1			9	6
2		9	6	4				7
4			5				6	9
3		1				8		
	6	7	4		1			2
1				7	4			5
8	2			6		7		
7		4	1	5	2		3	

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Crees que valió la pena dedicar media hora a la solución del sudoku? Comenta. _____

En el siglo XVIII, Leonhard Euler (1707-1783) creó un sistema de probabilidades para representar una serie de número sin repetir, razón por la que se le considera el inventor de este juego.

En 1970 Howard Garns publicó en la revista Math Puzzles and Logic Problems una sección de entretenimiento llamada Number place (el lugar del número) pero años más tarde se perdió en el olvido.

En 1984 el periódico japonés Monthly Nikolist publicó una sección de pasatiempos llamada *Sūji wa dokushin ni kagiru* "los números deben estar solos". El nombre se abrevió a Sūdoku (sū = número, doku = solo)

Se comenzó a conocer internacionalmente en 2005, cuando varios periódicos empezaron a publicarlo como pasatiempo.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Cada región o caja la designamos con números verdes grandes: las filas con F_i y las columnas con C_i.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
F_1			8		9		4	1	3
F_2			3		1		2	9	6
F_3	2	1	9	6	4	3	5	8	7
F_4	4			5			1	6	9
F_5	3		1				8		4
F_6		6	7	4		1			2
F_7	1				7	4			5
F_8	8	2			6		7		1
F_9	7	9	4	1	5	2	6	3	8

- **1**: 1 no en F_1 ni F_2 $\Rightarrow$ 1 en F_3.
- **6**: 1 no en F_6 ni F_5 $\Rightarrow$ 1 en F_4.
- **9**: 1 no en C_7 ni F_7 ni F_9 $\Rightarrow$ 1 en F_8.
- Completamos C_9 con 4 y 8.
- Completamos F_9 con 9 y 6.
- **3**: 2 no en F_3 $\Rightarrow$ 2 en F_2.
- Completamos **3** con 5 y 8; F_3 con 3.

Ten en cuenta

REGLAS BÁSICAS

El sudoku normalmente se presenta como una tabla de 9 × 9 celdas, compuesta por subtablas de 3 × 3, denominadas "regiones" "cajas" o "bloques".

Algunas celdas ya contienen números, que sirven de pistas para el llenado. El juego consiste en rellenar las celdas vacías, con un número en cada una de ellas, de tal forma que cada columna, fila y región contenga los números 1-9 solo una vez.

Actualmente, el sudoku tiene diversas variantes, con números del 1 al 4; de 1 al 5; etc.

ESTRATEGIA

1. Un número bloquea la fila y la columna donde se encuentra. En la región 1 las franjas amarillas están bloqueadas por 8.
2. Todo número bloquea la región donde se encuentra.

8		5	7					
1		4	3	6	5	8	7	2
		3	8				4	
	1			8		5		
	8		6	1		4		7
	4					2		
2	6					7		
	7		5	7	6	1		9
7		1			9	6		3

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
F_1	6	7	8	2	9	5	4	1	3
F_2	5	4	3	7	1	8	2	9	6
F_3	2	1	9	6	4	3	5	8	7
F_4	4	8	2	5	3	4	1	6	9
F_5	3	5	1	9	2	6	8	7	4
F_6	9	6	7	4	8	1	3	5	2
F_7	1	3	6	8	7	4	9	2	5
F_8	8	2	5	3	6	9	7	4	1
F_9	7	9	4	1	5	2	6	3	8

- **2**: 2 no en C_6 ni F_3 $\Rightarrow$ 2 en F_1.
- **4**: 2 no en C_2 ni F_6 $\Rightarrow$ 2 en C_3.
- Completamos C_3 con 5 y 6; **7** con 3.
- **8**: 3 no en C_6 ni F_7 $\Rightarrow$ 3 en F_8.
- Completamos C_7 con 3 y 9; F_8 con 4 y 9; F_7 con 2 y 8.
- Completamos **6** con 5 y 7; F_3 con 3.
- Completamos C_4 con 7 y 9; F_6 con 8 y 9; C_5 con 2 y 3; F_5 con 5 y 6; **4** y **5** con 8 y 4; por último completamos **1** y **2**.

Nivel básico

Resuelve los siguientes sudokus.

1

	2	3	
1			4
2			3
	1	4	

2

	3		1
		2	
		3	
	4		2

3

3		1	
	1		3
1	4		

4

	2	3		4
2	1		4	
1		4	3	2
3	4			1
4		1	2	5

5

	5			4	
4			5		2
	6				
				5	
3		5			4
	2			3	

Nivel intermedio

6

		6		1	2
1		5			4
				4	3
4	6				1
			1	2	5
2		1	4	3	6

7

	4		2		5
5					
1	5	2		4	3
4		3			
6	3	4			2
2		5		6	4

8

6	4	1	3		5
5	3				4
2					
1			2		3
		6	5	3	2
3		5			6

9

	5	6		3	2
	2			6	5
5	6			4	3
			5		6
4				5	1
6				2	4

10

5	6	4			
		1			
6			2	3	
3		2	6	5	4
4			1		
1		3		4	

Nivel avanzado

11

		6	1		5
	3				4
		2			
1	4			6	
			3		
	1	5		4	

12

			3		1
1			5		
4		2	6		5
	3				
		1		6	4
2		4			

13

6		4		2	1
	2		4	6	
4			2		
	6			4	
1	4	3			2
	5	6			

14

4			3		8	6		
2	5					1	4	
7			5			8		2
	8	6		9	5			7
		4						
				1			5	8
	1	9	6		2		3	
	7	5					1	6
		2	1	5	3			

Tarea

Resuelve los siguientes sudokus.

1

4			2
	3	1	
	4	2	
3			1

2

	4			1	
3		1	4	2	6
		4		3	5
5		3		6	
4		2	3		
			6		

3

		5			
4				2	3
2		1			
		4			
		2		6	

4

				2			6	1
				9			7	4
8	6	9		7	4		3	2
6	7	3						
						3	1	9
					5			
	4		2		3	1	9	7
3	9		4		7	6	8	5
1	8	7	6					

Reforzando - Unidad 2

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Si un melón y medio cuesta un dólar y medio. ¿Cuánto cuestan 3 melones y medio?

A) 3 dólares y medio B) 2 dólar u medio
C) 2 dólares y medio D) 7 dólares

2 Si un Toyota hace 80 minutos de Cusco a Sicuani y un Dodge hace 1 hora y 20 minutos, ¿cuál de los coches es más veloz?

A) Toyota C) Los dos llegan igual
B) Dodge D) Ninguno es veloz

3 ¿Qué es de mí, el hijo del hermano de mí papá?

A) Mi primo B) Mi hermano
C) Mi tío D) Mi sobrino

4 Un cajón está lleno de calcetines azules y rojos. ¿Cuál es el mínimo número de calcetines que sería necesario sacar para completar con seguridad un par del mismo color?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

5 Durante el día, Lupe ha entrado cinco veces a la casa de su abuela. Con seguridad, ¿cuántas veces ha salido?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

6 Josefina es mayor que Graciela y Leticia es menor que Josefina, ¿Quién es la mayor de las tres?

A) Josefina B) Graciela
C) Leticia D) Falta información

7 Al reproducirse, unos parásitos duplican su número cada minuto. Si hay un frasco a la mitad a las 7 horas y 15 minutos, ¿a qué hora se llenará el frasco?

A) 7 horas y 16 minutos
B) 7 horas y 30 minutos
C) 8 horas y 30 minutos
D) 14 horas y 30 minutos

8 ¿Qué resulta más económico: invitar a una amiga al teatro 2 veces o invitar 2 amigas una sola vez?

A) Invitar a una amiga 2 veces
B) Invitar 2 amigas una sola vez
C) El gasto es igual
D) Ninguno es veloz

9 Universitario iba ganando por 2 goles de diferencia al término del primer tiempo y en el segundo tiempo cada equipo anotó 2 goles. Si el marcador final sumo 10 goles, ¿cuál era el marcador antes de comenzar el segundo tiempo?

A) 3 a 1 B) 6 a 4 C) 5 a 3 D) 4 a 2

10 En un partido de básquetbol, con un tiempo total de 50 minutos, Perú anota una canasta cada 30 segundos de juego y Chile anota una canasta cada minuto de juego. ¿Cuántas canastas se anotaron en el partido?

A) 148 B) 150 C) 200 D) 250

11 Un barco que está anclado en la orilla de un río marca el número 30 al nivel del agua. Si el río llegara a crecer 3 metros, ¿a qué numero subiría la marca?

A) 33 B) 30 C) 27 D) 35

12 Betty tiene 3 montones de naranjas, Toño tiene 9 montones de naranjas, Paco tiene 7 montones y Chucho tiene 4 montones. ¿Cuántos montones habrá si se juntan todos?

A) 23 B) 22 C) 21 D) 1

13 David lee un libro de 151 páginas. Si diario lee 6 páginas en total, pero a partir del segundo día vuelve a leer una página del día anterior para entender mejor, ¿en qué tiempo terminará de leer todo el libro?

A) 30 días B) 31 días
C) 28 días D)29 días

14 Llena el Sudoku e indica la suma de los números de los recuadros sombreados.

A) 5
B) 7
C) 12
D) 15

	9		4	7	5			8
	2		1			9		5
7		8	2					
		9	8	1	2			7
		3						
					3	4	1	9
	1	2		4			8	
4			5	8	6			
	6	5	9				3	

15 Representa los números del 0 al 9, utilizando para cada uno 4 cifras 3, ejemplo: 0 = 33 – 33

1 = 4 = 7 =
2 = 5 = 8 =
3 = 6 = 9 =

16 Un señor tiene un barril de 500 litros de aceite y dos envases con capacidad de 5 litros y 2 litros. ¿Cómo hará para despachar a sus clientes, los siguientes pedidos?

A = 1 litro B = 2 litros C = 3 litros
D = 4 litros E = 5 litros F = 6 litros
G = 7 litros H = 8 litros I = 9 litros
J = 10 litros

17 Combina 6 parejas de números de reloj, de tal manera que cada una sume el mismo resultado. (No es permitido repetir números.)

A = (_ + _) B = (_ + _) C = (_ + _)
D = (_ + _) E = (_ + _) F = (_ + _)

18 En una caja hay 5 pares de guantes blancos y 5 pares de guantes negros. ¿Cuál es el mínimo número de guantes que quizá se deban sacar para completar con seguridad un par del mismo color?

19 Un señor dejó 17 millones de dólares a sus 3hijos y le dijo al notario que los repartiera de la siguiente manera: a Daniel la mitad, a David la tercera parte y a Darío la novena parte, pero que todos debían recibir millones completos. ¿Cuánto entregó el notario a cada uno?

20 Sara tiene 10 manzanas en una canasta. Si las va a repartir entre 10 niños, ¿cómo hará para darle una a cada niño y que quede una manzana en la canasta?

21 Un Toyota tiene llantas de aro 13 y un Chevrolet tiene llantas de aro 14. Si ambos hacen un recorrido de 50 000 kilómetros, ¿cuáles llantas se gastan más?

22 ¿De qué hay que ir llenando un barril para que cada vez pese menos?

23 Llena los sudokus.

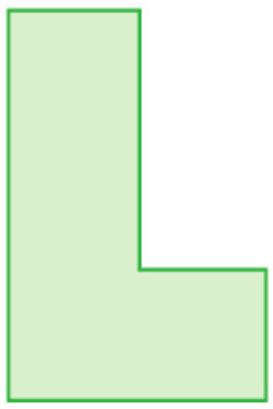
8	9			7		4		
	5	2				8		3
			5	8	6	7		
9		1		5				
					1		4	8
	3		6	2	8		3	5
6	2		1		7			9
	8		2		5			
4	1	7	8					6

				6		1	8	
4	8	2				5		
					7			
	3			9				4
	4			1	2		5	8
			4	8	3	6	9	2
		7		4	8		2	
			3	7	5	4		1
5	6	4	1		9			

Autoevaluación

1 Un grillo está en el fondo de un pozo de 5 metros de profundidad. Si por el día sube 3 metros y por la noche resbala 2 metros, ¿en cuánto tiempo saldrá del pozo?

2 Divide la figura en 6 regiones, trazando únicamente 2 rectas.



3 Goyo quiere formar una sola cadena con 5 pedazos, de 3 eslabones cada uno, que pueden verse en la ilustración. ¿Cuál es la mínima cantidad de cortes que tendrá que hacer para formar una sola cadena?

4 ¿Cómo hará un maestro de ceremonias para distribuir 10 personas en 5 filas de 4 personas cada una?

5 Un ferrocarril tiene once vagones y un señor que viajaba en el segundo vagón fue al comedor que se encontraba en el antepenúltimo vagón. ¿Cuántos vagones atravesó para ir a comer y regresar al suyo?

6 Llena el sudoku.

8	7	6		5	9	4		
3		4						
5			3	4		9		
	5				2		1	8
	2	8			1		4	6
1	4				6			5
	6		9			8	5	
		5	1					4
		7			5		2	9

Las 4 operaciones fundamentales

Criptoaritmética

Almendra está aprendiendo a sumar. Después que hizo la tarea, su cuaderno se mojó con la lluvia porque lo dejó olvidado en el patio, borrándosele todas las cifras de la tarea.

Al reemplazar las cifras por letras resultó la adición mostrada:

$$\begin{array}{r} A\ B\ + \\ B\ C \\ C\ C \\ \hline A\ C\ B \end{array}$$

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Cifras iguales son reemplazadas por la misma letra y cifras diferentes son reemplazadas por letras diferentes. ¿Qué cifra representa cada una de las letras?

A = ☐ B = ☐ C = ☐

En la **CRIPTOARITMÉTICA** se reemplazan, por letras o símbolos, las cifras de una operación matemática.

El problema consiste en descubrir qué cifras fueron reemplazadas y reconstruir la operación.

Resolviendo: (Problema introductorio)

$$\begin{array}{r} A\ B\ + \\ B\ C \\ C\ C \\ \hline A\ C\ B \end{array}$$

- En la suma de unidades se repite B, entonces,
  $C + C = 10 \Rightarrow C = \boxed{5}$ (llevo 1)
- También en la suma de las decenas más lo que llevo (1) se repite C, entonces:
  $1 + \underbrace{A + B}_{9} = 10$ (llevo 1)
- En las centenas $A = \boxed{1} \Rightarrow B = \boxed{8}$

Ejemplo 1

Si $\begin{array}{r} \overline{AB}\ + \\ \overline{CD} \\ \hline DB4 \end{array}$

halle A + B + C.

Resolviendo:

- Al sumar las decenas máximo se lleva 1:
  $D = 1$
- De las unidades se tiene:
  $B + D = 4 \Rightarrow B + 1 = 4 \Rightarrow B = 3$
- En las decenas: $A + C = \overline{DB} = 13$

$\therefore A + B + C = A + C + B = 13 + 3 = \boxed{16}$

Ten en cuenta

$$\begin{array}{r} 7\ 8\ 5\ + \\ 5\ 2 \\ \hline 8\ 3\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8\ 1\ 2\ + \\ 9\ 6\ 4 \\ 6\ 7\ 3 \\ \hline 2\ 4\ 4\ 9 \end{array}$$

De una columna de 2 sumandos, a lo más se lleva 1 y de una columna de 3 sumandos, a lo más se lleva 2.

$$\begin{array}{r} 9\ 2\ + \\ 7\ 4 \\ 4\ 8 \\ \hline 2\ 1\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\ 9\ 7\ + \\ 4\ 3 \\ 8\ 6 \\ \hline 6\ 2\ 6 \end{array}$$

Si en la suma de las cifras de un orden se repite una de las cifras entonces la suma de las cifras (exceptuando la que se repite) es un número exacto de decenas.

Ejemplo 2

Si $\begin{array}{r} ABCD \times \\ \quad 3 \\ \hline EBCD9 \end{array}$

halla A + B – E.

Resolviendo:

· Unidades: $D \times 3 = 9 \Rightarrow D = 3$

· De decenas: $3 \times C = \ldots\ldots D$

$3 \times C = \ldots\ldots 3$

$C = 1$

· De centenas: $3B = \ldots\ldots C$

$3B = \ldots\ldots 1 \Rightarrow B = 7$

$3(7) = 21$ (llevo 2)

· Millares: $3A + 2 = \overline{EB}$

$3A + 2 = \overline{E7}$

$A = 5$ y $E = 1$

$\therefore 5 + 7 - 1 = 11$

Nivel básico

1 **Reconstruye** la adición: $\begin{array}{r} 3\square 7 + \\ 56\square \\ \hline \square 09 \end{array}$

2 **Completa** los espacios en blanco y **da** como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

$\begin{array}{r} 2\square\square 39 + \\ \square 7225 \\ 8\square\square \\ \hline \square 12345 \end{array}$

3 **Completa** los espacios en blanco y **da** como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

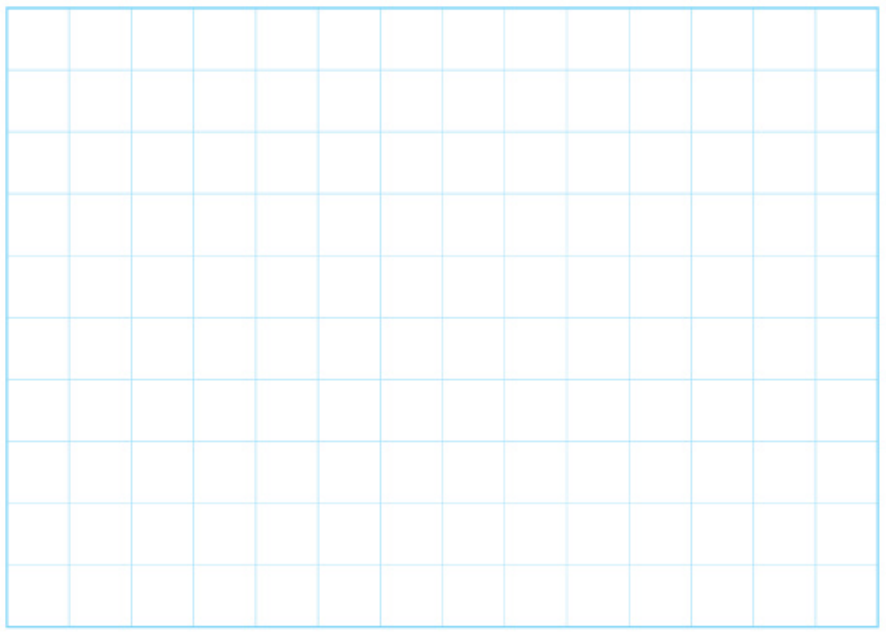
$\begin{array}{r} \square 2\square 5 - \\ 695\square \\ \hline \square 21 \end{array}$

4 **Calcula** A + B + C, si: $\begin{array}{r} \overline{ABC} \times \\ \quad 3 \\ \hline B29 \end{array}$

Razonamiento Matemático

5 **Calcula** A + B + C, si:

$$\begin{array}{r} \overline{1ABC} \\ \times\quad 7 \\ \hline \overline{C386} \end{array}$$



Nivel intermedio

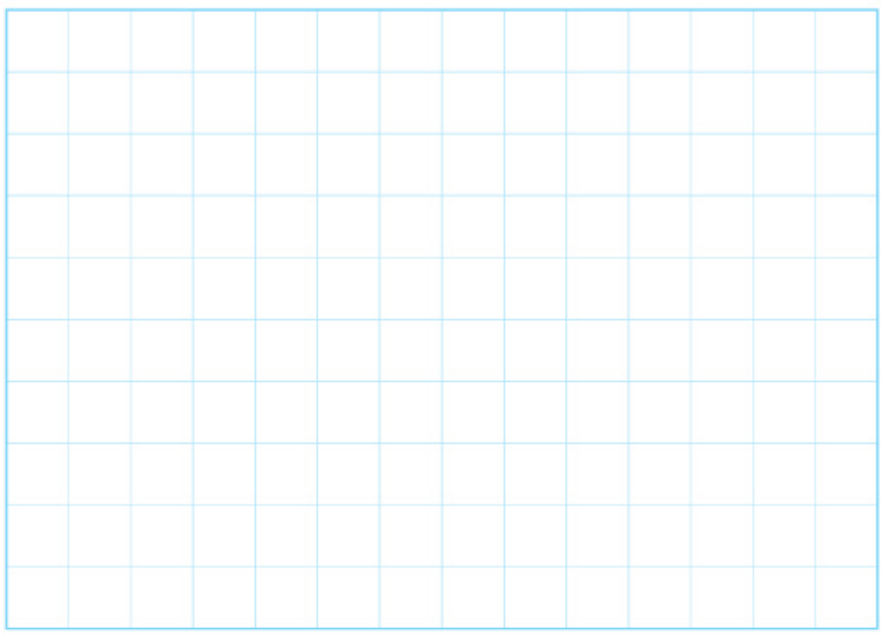
6 Si $\begin{array}{r} \overline{A4} \\ + \overline{5B} \\ \hline \overline{A8} \\ \hline \overline{1B8} \end{array}$ **halla:** "A + B".

7 Si $\overline{SAL} + \overline{MAS} = \overline{ALLA}$,

halla: L + L + A + M + A.

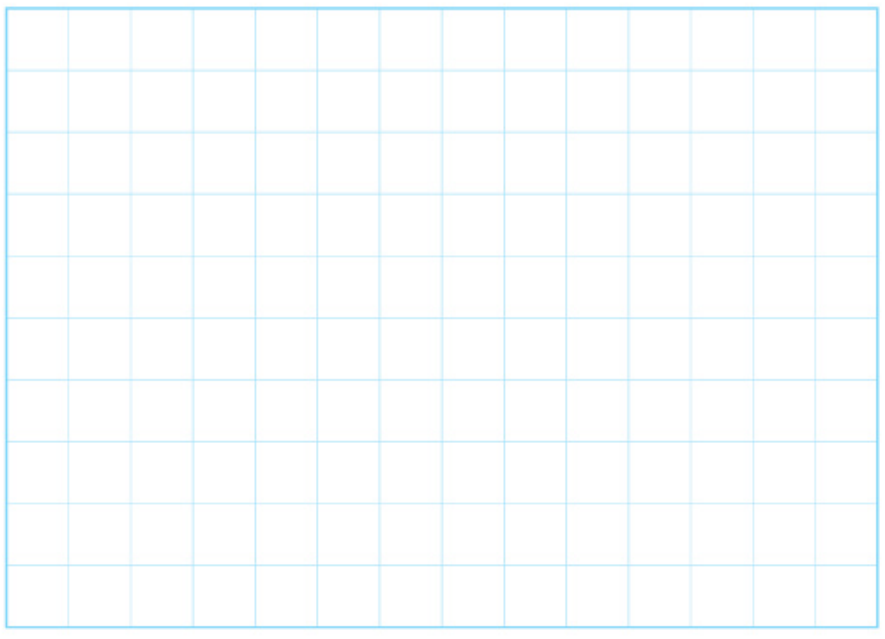
8 Si: $\begin{array}{r} \overline{TOS} \\ + \overline{TOS} \\ \hline \overline{SANA} \end{array}$

halla: "S + A + N + T + O".



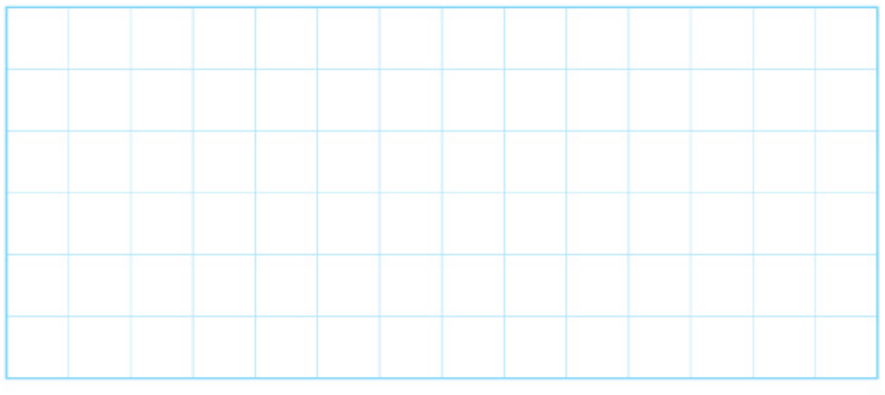
9 **Halla** A + B + C si:

$$\begin{array}{r} \overline{BAA} \\ \times\quad 6 \\ \hline \overline{C528} \end{array}$$



10 **Calcula** el dividendo en:

$$\begin{array}{r|l} \square\square\square & \square \\ \square 0 & 2\square \\ \hline -\ 3\square & \\ \quad 30 & \\ \hline -\ \quad 4 & \end{array}$$



Nivel avanzado

11 **Halla** la suma de las cifras del producto.

$$\begin{array}{r} 4\,\square \times \\ \square\,7 \\ \hline \square\square\,3 \\ \square\square \\ \hline \square\square\square\square \end{array}$$

12 **Reconstruye:**

$$\begin{array}{r|l} 6\,\square\,4\,\square & \square\,4 \\ \hline \square\,8 & 2\square\square \\ \hline 1\,9\,\square & \\ \square\square\,2 & \\ \hline -\;-\;2\;4 & \\ \quad\;\square\square & \\ \hline \quad\;-\;- & \end{array}$$

13 Si cada (*) representa una cifra, **halla** el dividendo en:

$$\begin{array}{r|l} **** & 7 \\ \hline ** & 2** \\ \hline -\,*\,3 & \\ \quad\;** & \\ \hline \quad-\,*\,8 & \\ \quad\;** & \\ \hline \quad\;-\;- & \end{array}$$

14 **Halla** A + B + C + D + E si:

$$\begin{array}{r} \overline{1EDCBA} \times \\ \qquad\qquad 3 \\ \hline \overline{EDCBA1} \end{array}$$

Tarea

1 **Encuentra** las cifras desconocidas en la adición:

$$\begin{array}{r} \bigcirc\bigcirc 2\,3\,6 + \\ 5\,4\bigcirc 1\,3 \\ 1\,9\,8\bigcirc \\ \hline \bigcirc 2\,8\,9\bigcirc 6 \end{array}$$

2 **Halla** A + B en:

$$\begin{array}{r} ABC2 \times \\ 7 \\ \hline A32DD \end{array}$$

3 **Reconstruye:**

$$\begin{array}{r} *\,4\,* \times \\ *\,7 \\ \hline 4\,5\,*\,2 \\ ***\,0 \\ \hline ***** \end{array}$$

4 Luego de reconstruir la división, **indica** el dividendo.

$$\begin{array}{r|l} \square\square\square & 7 \\ \hline \square\,2 & \square\,5 \\ \hline \quad\square\square & \\ \quad\square\,5 & \\ \hline \qquad 3 & \end{array}$$

Razonamiento Matemático

Suma de los primeros números naturales

Conteo de intervalos

Jonás ayuda al papá en su tienda de impresión de gigantografías. Luego de imprimir la gigantografía con 6 imágenes de un candidato, el papá le pidió que la corte en 6 partes antes de ir a jugar con sus amigos.

Jonás calculó que para cada corte va a necesitar 3 minutos.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuánto tardó Jonás en hacer los cortes? _____

Un intervalo es una porción de espacio o de tiempo limitado por dos extremos. Varios intervalos juntos comparten extremos de modo que el número de intervalos no siempre coincide con el número de extremos.

Resolviendo: (Problema introductorio)

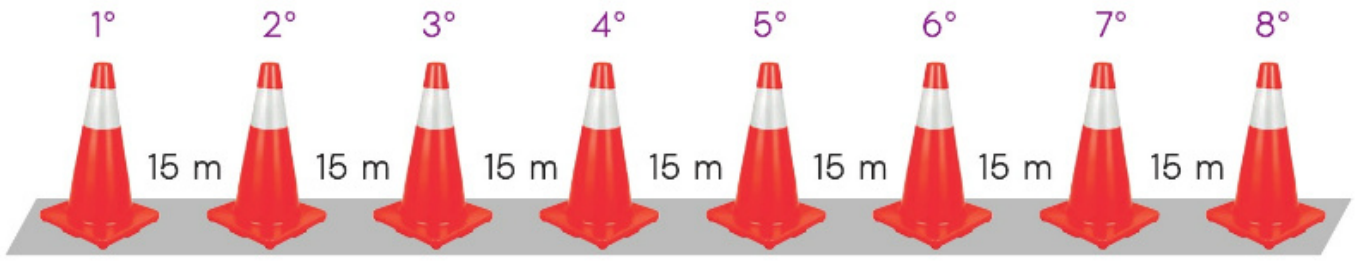
Para cortar en 6 partes solo tiene que dar 5 cortes.

Por corte tarda 3 min, para dar 5 cortes tarda 5×3 = 15 min

Ejemplo 1

Cuando ocurrió un accidente, la policía de tránsito puso, a lo largo de la carretera, 8 conos de seguridad cada 15 m. ¿Cuántos metros de carretera cubren los conos de seguridad?

Resolviendo:

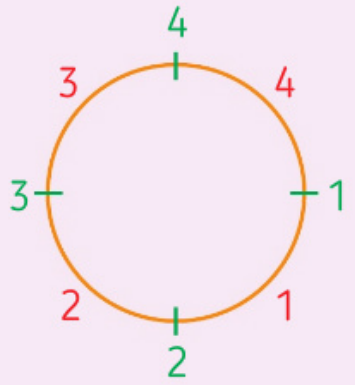


Entre 8 conos hay 7 espacios de 15 m cada uno.

La distancia entre el 1° y 8° cono es 7×15 = 105 m

Ten en cuenta

En una línea abierta, el número de extremos es una unidad mayor que el número de intervalos.

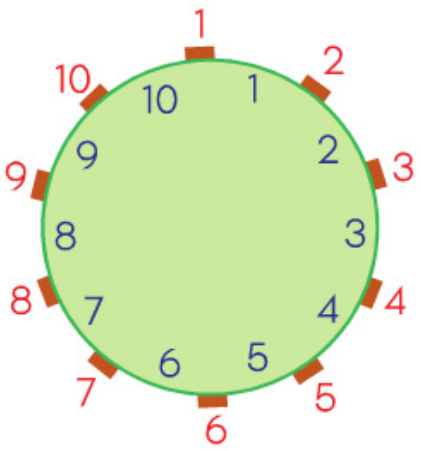


En una línea cerrada, el número de extremos es igual al número de intervalos.

Ejemplo 2

En un distrito hay un parque circular de 180 m de perímetro. El alcalde quiere poner en el perímetro del parque 10 bancas ubicadas equidistantemente. ¿Cada cuántos metros deben ubicarse las bancas?

Resolviendo:



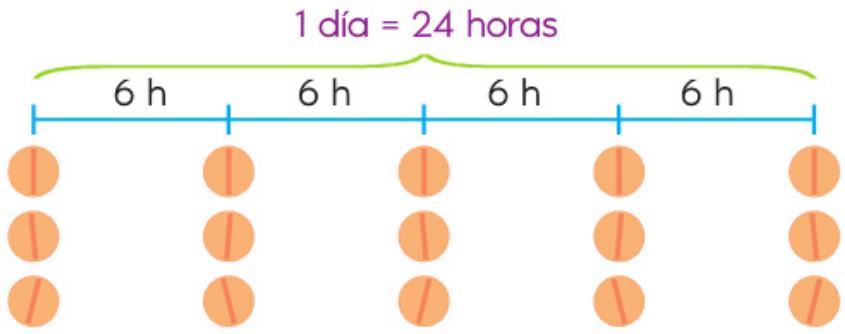
Entre 10 bancas hay 10 espacios, entonces la longitud de cada espacio debe ser:

$180 \div 10 = 18 \text{ m}$

Ejemplo 3

Si Doña Inés toma 3 pastillas cada 6 horas. ¿Cuántas pastillas tomará en un día?

Resolviendo:



Resolviendo por formúla (fig. abierta)

Al reemplazar los datos tenemos:

$$\therefore N° \text{ pastillas} = \left[\frac{24}{6} + 1\right] \times 3 = 15$$

Nivel básico

1 Una varilla de 10 metros se divide en trozos de 25 cm. ¿Cuántos cortes son necesarios hacer?

2 ¿Cuántos cortes deben practicarse a un aro de 60 m de longitud para obtener pedazos de 5 m de longitud?

3 ¿Cuántos cortes debe practicarse a una soga de 72 m para obtener pedazos de 4 m de largo?

4 En un velódromo de 248 metros de longitud, se pintan marcas cada 8 metros cobrando por cada marca S/. 2.00. ¿Cuánto se paga en total?

5 Aníbal toma 4 pastillas cada 6 horas. ¿Cuántas pastillas tomará en dos días?

Nivel intermedio

6 Kina da tres golpes cada 4 segundos. ¿Cuántos golpes dará en un minuto?

7 En una ferretería se tiene un stock de 322 m de alambre. Si cada día se vende 23 m, ¿en cuántos días se terminara de vender el alambre?

8 Una torre da 6 campanadas cada 3 horas. ¿Cuántas campanadas dará en un día?

9 ¿Cuánto se debe pagar por practicar cortes a una varilla de fierro de 60 m si la distancia entre los cortes es 4 m y por cada corte se cobran 50 céntimos?

10 A una soga de 60 metros se practican 11 cortes para obtener trozos iguales. ¿Cuántos cortes deberá practicarse a una soga de 30 metros para obtener trozos del mismo tamaño que en el caso anterior?

Nivel avanzado

11 A lo largo de una avenida de 2400 m se colocan letreros cada 60 m. ¿Cuántos letreros se colocan?

12 Un boxeador da tres golpes cada segundo. ¿Cuántos golpes dará en medio minuto?

13 En un terreno triangular, cuyos lados miden 48 m, 60 m y 84 m, se plantan árboles en los vértices y a lo largo de los lados, distanciados en 12 m. ¿Cuántos árboles se plantan?

14 Almendra compra un frasco de cápsulas vitamínicas para tomarlas 3 cada 3 horas, durante los 3 días que hará deportes.

Si empezó a tomarlas apenas inició con la práctica de los deportes, ¿cuántas cápsulas contenía el frasco?

Tarea

1 Una varilla de 6 m se corta en trozos de 15 cm. ¿Cuántas trozos se obtiene?

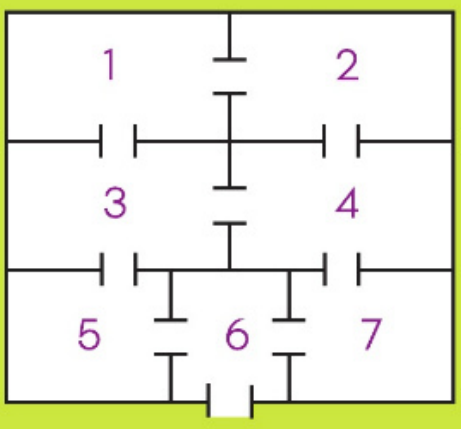
2 Un boxeador da 2 golpes cada segundo. ¿Cuántos golpes da en un cuarto de minuto?

3 ¿Cuántos cortes deben practicarse a un aro de 18 metros para obtener pedazos de 1,5 m de longitud?

4 Jaime toma dos pastillas cada 8 horas. ¿Cuántas pastillas toma en 3 días?

Concepto de par e impar

Trazado de figuras



La figura muestra el plano de un museo con 7 ambientes.

Juanito ha visitado el museo y se pregunta si podría recorrerlo pasando una sola vez por todas las puertas interiores.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿En cuál de los ambientes tendría que empezar y en cuál terminar?

Para evaluar el trazo de figuras sin pasar dos veces por la misma línea ni levantar el lápiz del papel, es necesario conocer los puntos pares y los impares.

Punto par: Es el punto donde coinciden 2, 4, 6.... líneas, y lo vamos a denotar con P.

Ejemplos:

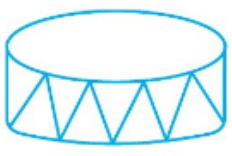
Punto impar: Es el punto donde coinciden 1, 3, 5.... líneas, y lo vamos a denotar con I.

Ejemplos:

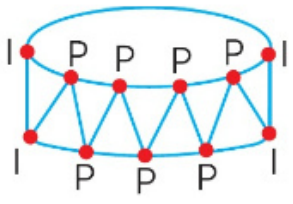
Ejemplo 1

En las figuras, **indica** con I los puntos impares y con P los puntos pares.

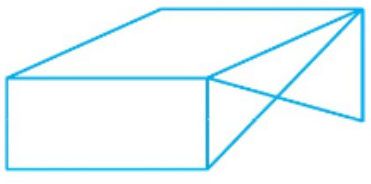
a)



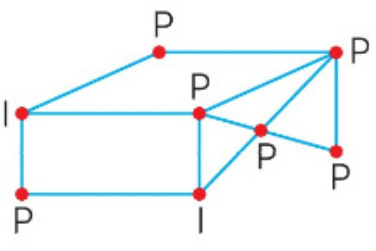
Resolviendo:



b)



Resolviendo:

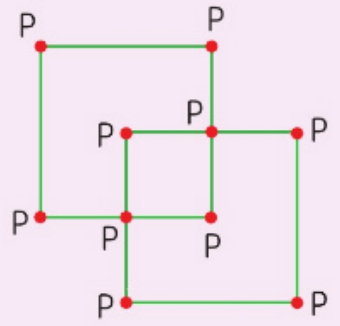


Ten en cuenta

¿Qué figuras se pueden realizar de un solo trazo?

1. Toda figura que tiene todos sus puntos pares.

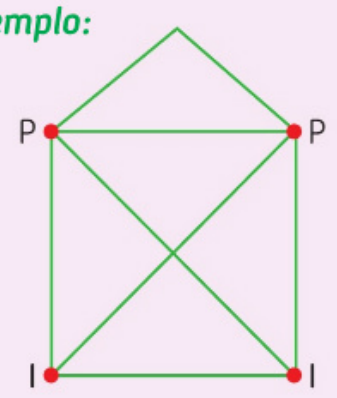
Ejemplo:



Todos los puntos son pares. Sí se puede dibujar de un solo trazo.

2. Las figuras con 2 puntos impares y empezando por uno de ellos.

Ejemplo:



Tiene 2 puntos impares.

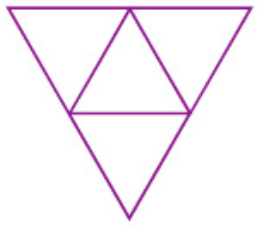
También se puede dibujar de un solo trazo.

Ejemplo 2

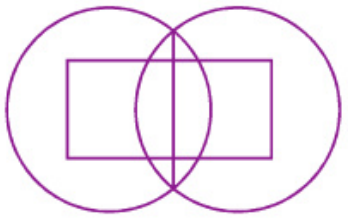
Dibuja las siguientes figuras de un solo trazo.

Si se puede, escribe Sí. Cuando no se puede, escribe No.

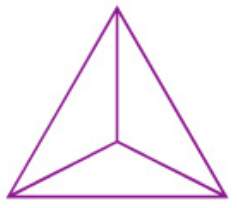
a)



b)

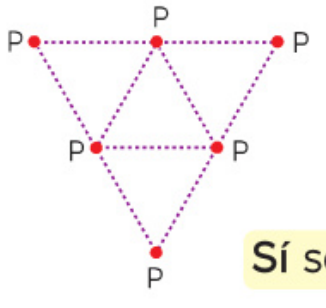


c)



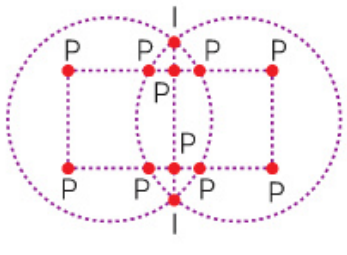
Resolviendo:

a)



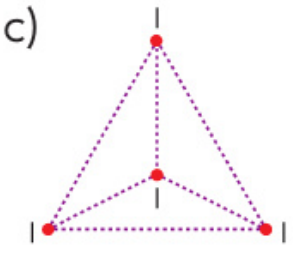
Sí se puede

b)



Sí se puede

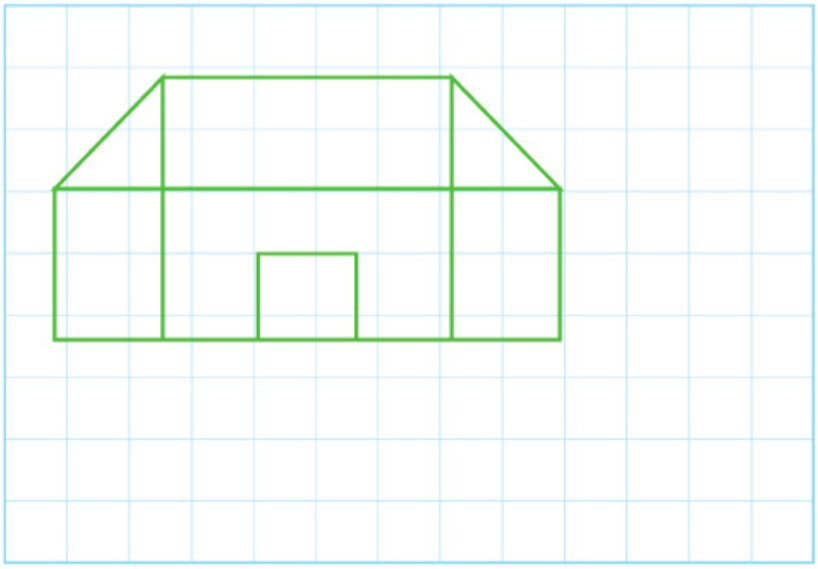
c)



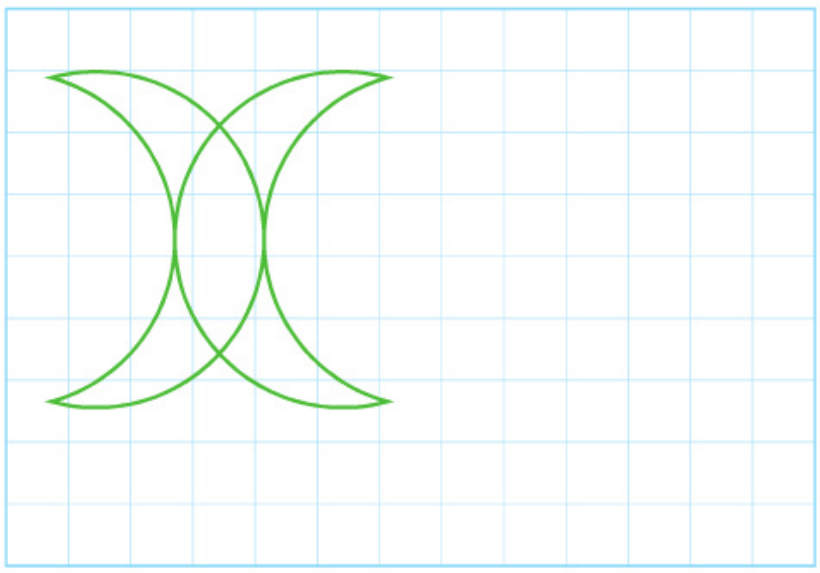
NO se puede

Nivel básico ¿Cuáles de las siguientes figuras se pueden dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel?

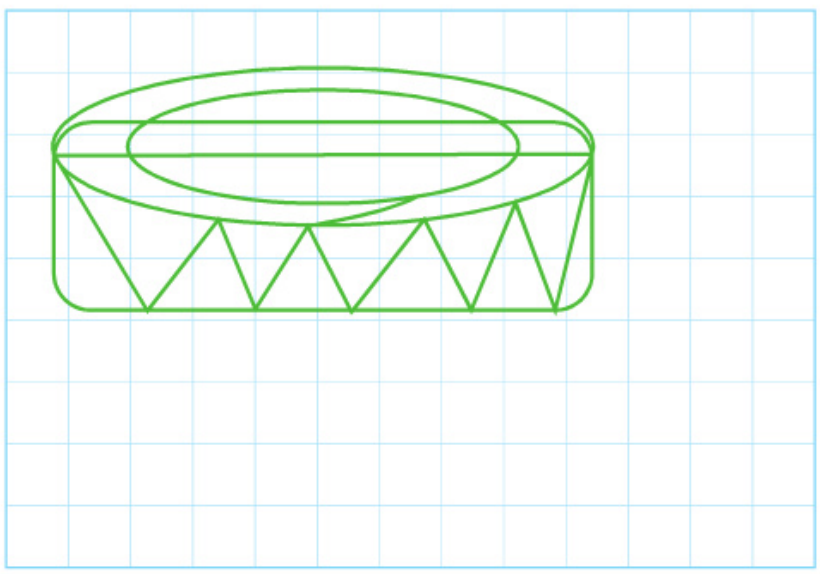
1



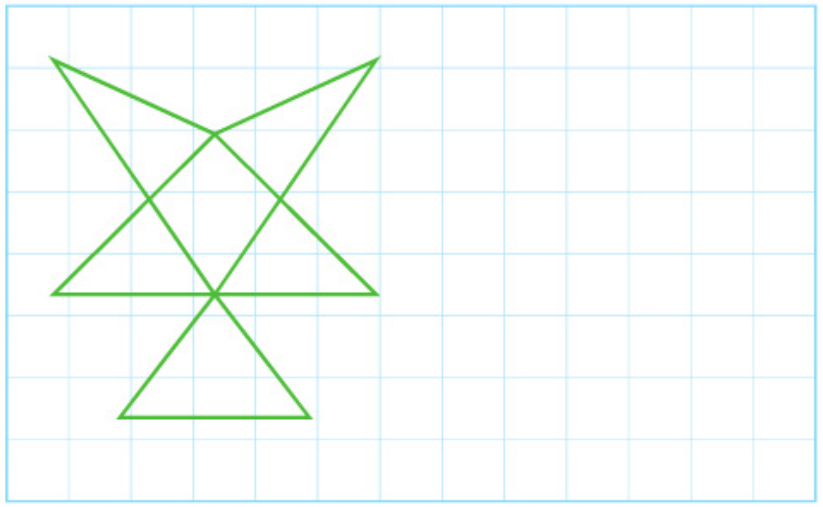
2



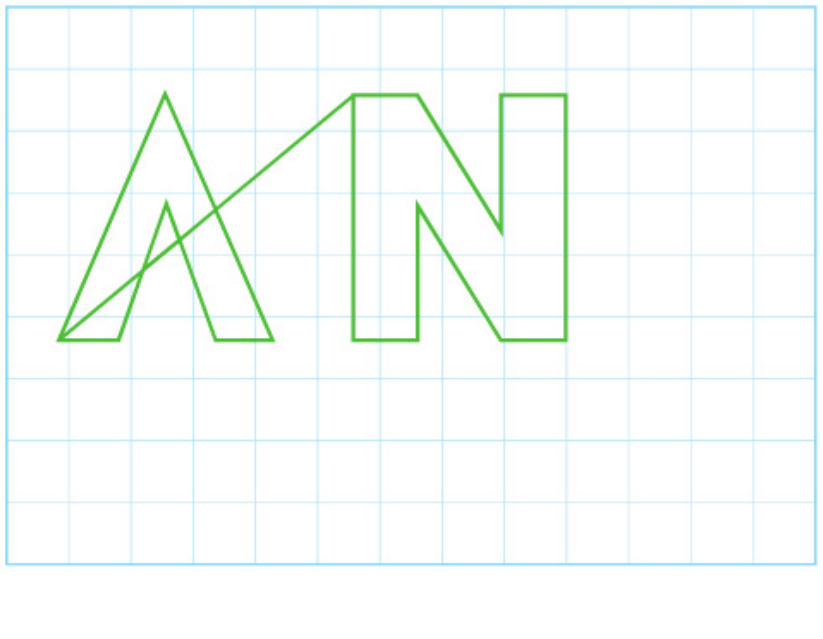
3



4

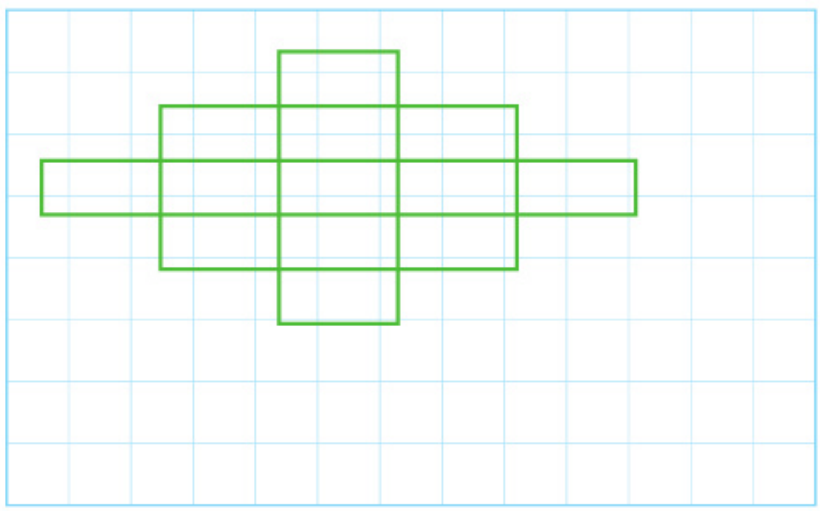


5



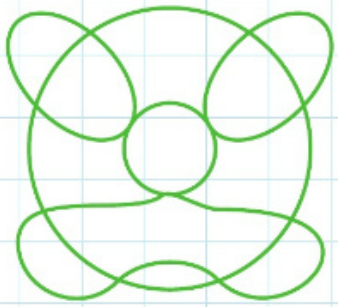
Nivel intermedio

6

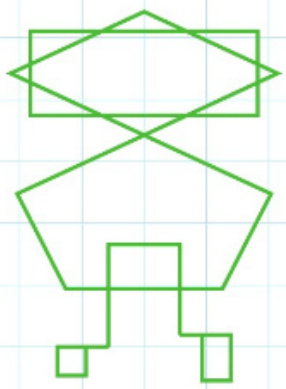


GENIO MATIC

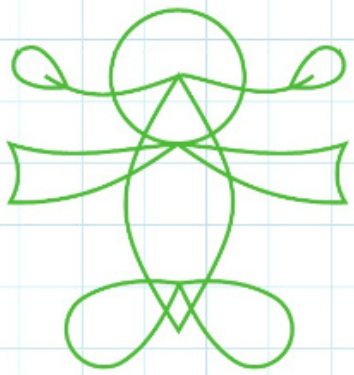
7



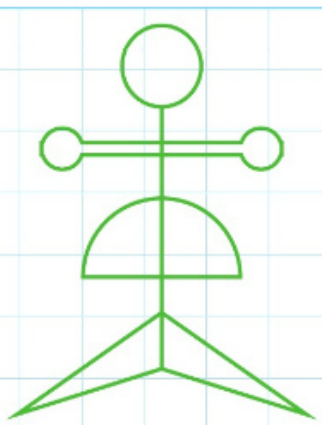
8



9

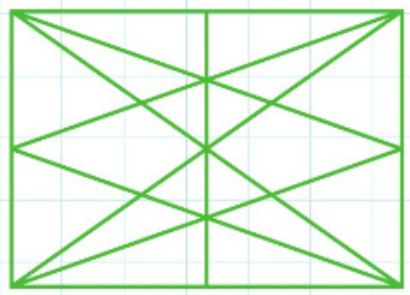


10

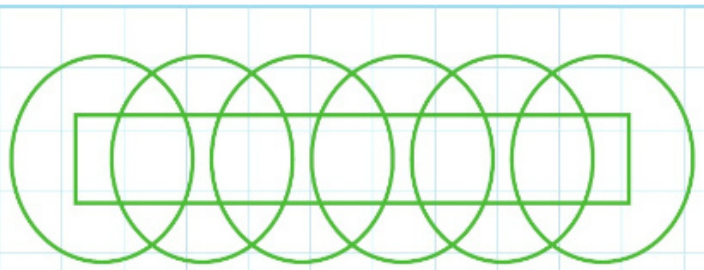


Nivel avanzado

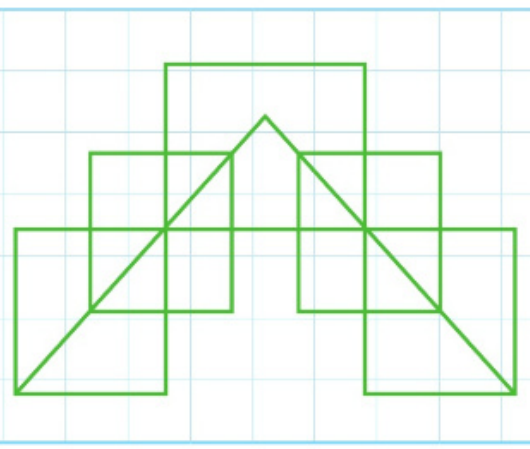
11



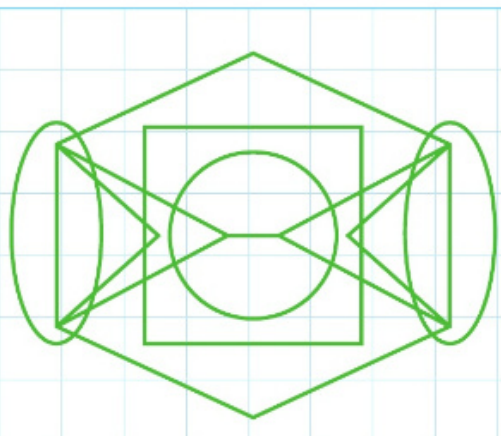
12



13



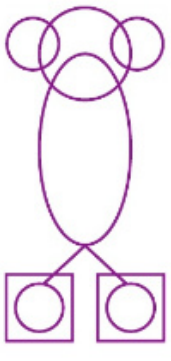
14



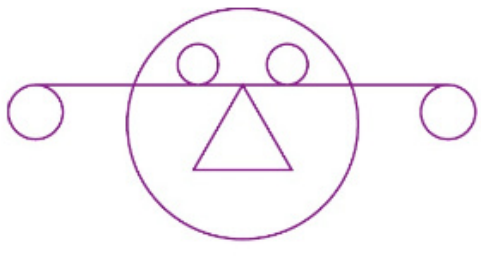
Tarea

¿Cuál de las siguientes figuras se puede dibujar de un solo trazo?

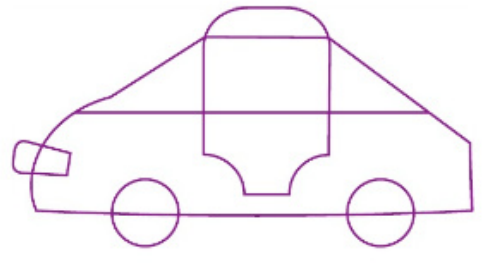
1



2



3



4

Reforzando - Unidad 3

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Completa los espacios en blanco y da como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10

$$\begin{array}{r} 4\square\square \\ \square 53 \\ \hline 875 \end{array} \quad +$$

2 Completa los espacios en blanco y da como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

A) 17
B) 18
C) 19
D) 20

$$\begin{array}{r} 7\square 2 \\ 5\square \\ \hline \square 94 \end{array} \quad -$$

3 Completa los espacios en blanco y da como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

A) 21
B) 22
C) 24
D) 25

$$\begin{array}{r} 3\square\square 37 \\ \square 7225 \\ 8\square\square \\ \hline \square 12345 \end{array} \quad +$$

4 Completa los espacios en blanco y da como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

A) 24
B) 26
C) 28
D) 29

$$\begin{array}{r} \diamond\diamond\diamond\diamond \\ 7315 \\ \hline \diamond 1311 \end{array} \quad +$$

5 Completa los espacios en blanco y da como respuesta la suma de todos los números que escribiste.

A) 13
B) 14
C) 15
D) 12

$$\begin{array}{r} 32\square \\ 5\square 7 \\ \hline \square 41 \end{array} \quad +$$

6 Calcula el dividendo más el cociente en:

A) 17
B) 18
C)
D) 20

$$\begin{array}{r|l} 3\square\square\square & \square\square \\ \square 4 & 28\square \\ \hline 10\square & \\ \square 6 & \\ \hline --9\square & \\ \square 4 & \\ \hline -8 & \end{array}$$

7 ¿Cuál es la suma del dividendo y el divisor en?

A) 17
B) 18
C)
D) 20

$$\begin{array}{r|l} 7\square 8\square & \square 7 \\ \square\square & 154 \\ \hline \square 5\square & \\ 2\square\square & \\ \hline -\square 3\square & \\ 18\square & \\ \hline -\square 3 & \end{array}$$

8 Un reloj señala la hora con igual número de campanadas. Para indicar la 2 a.m. demoró 1 segundo. ¿ Cuánto demorará para indicar las 9 a.m.?

A) 8 s B) 4 s C) 4,5 s D) 9 s

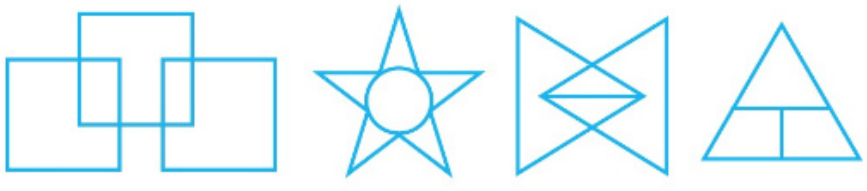
9 A lo largo de 80 m se han plantado 17 estacas equidistantemente ubicadas. ¿Cuál es la distancia entre dos estacas?

A) 3 m B) 4 m C) 5 m D) 6 m

10 Ana María tiene una receta con la indicación de que ingiera 10 pastillas, una cada 8 horas. Si la primera pastilla ingiere a las 8 de la mañana, ¿a qué hora ingiere la última?

A) 0 h B) 8 h C) 12 h D) 16 m

11 ¿Cuántas de las siguientes figuras se pueden dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

12 Completa cada operación:

$$\begin{array}{r} \square 2 \square 5 \\ -\ 8\ 9\ 5 \square \\ \hline \square 2\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square 3 \square 9 \\ -\ 2 \square 2 \square \\ \hline 5\ 2\ 1\ 7 \end{array}$$

13 Calcula A + B + C en cada caso:

a) $\begin{array}{r} \overline{A\ B\ C} \times \\ 3 \\ \hline \overline{B\ 2\ 9} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} \overline{1\ A\ B\ C} \times \\ 7 \\ \hline \overline{C\ 3\ 8\ 6} \end{array}$

14 Calcula A + B + C en cada caso.

a) $\begin{array}{r} \overline{A\ B\ C} \times \\ 7 \\ \hline \overline{9\ B\ 8} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} \overline{1\ A\ B\ C} \times \\ 7 \\ \hline \overline{C\ 3\ 8\ 6} \end{array}$

15 Calcula $m + n + p$ en la multiplicación:

$$\overline{mnp} \times 7 = \overline{9n8}$$

16 Indica la suma de cifras del dividendo en:

$$\begin{array}{r|l} 7 \square & \square \\ \square & \square\ \square \\ \hline 1 \square & \\ \square\ 2 & \\ \hline -\ 3 & \end{array}$$

17 Indica el dividendo más el divisor en:

$$\begin{array}{r|l} 1 \square\ \square & 1 \square \\ \square\ \square & \square\ \square \\ \hline -\ 6 \square & \\ \square\ 5 & \\ \hline -\ 3 & \end{array}$$

18 ¿Cuál es el dividendo de la división?

$$\begin{array}{r|l} \square\ \square\ \square\ \square & 7 \\ \square\ \square & 2 \square\ \square \\ \hline -\ \square\ 3 & \\ \square\ \square & \\ \hline -\ \square\ 8 & \\ \square\ \square & \\ \hline -\ - & \end{array}$$

19 Indica la suma de cifras del dividendo en:

$$\begin{array}{r|l} 7 \square\ \square\ \square\ \square & 1 \square \\ \square\ \square & 5\ 3 \square\ \square \\ \hline -\ 4 \square & \\ \square\ 2 & \\ \hline -\ 1 \square & \\ 1 \square & \\ \hline -\ 3 \square & \\ \square\ 8 & \\ \hline -\ 7 & \end{array}$$

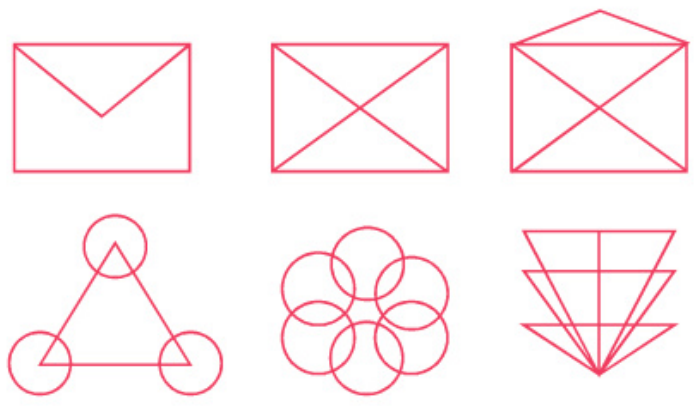
20 Para separar un carril en la pista se han ubicado 15 conos en una cuadra, distantes 8 metros entre sí. Si hay un cono en ambas esquinas de la cuadra, ¿qué longitud tiene la cuadra?

21 Un reloj señala la hora con igual número de campanadas. Si para indicar las 3 a.m. demoró 1 segundo. ¿Cuánto demorará para indicar las 11 a.m.?

22 A lo largo de una avenida hay 40 árboles ubicados equidistantemente. Si la distancia entre el primer y último árbol es 312 m, ¿cuál es la distancia entre dos árboles?

23 El profesor de educación física ha formado un triángulo con todos sus alumnos, ubicando equidistantemente 10 alumnos en cada lado. ¿Cuántos alumnos tiene el profesor?

24 Intenta dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel cada una de las siguientes figuras. Luego cuenta cuántas figuras no se pueden dibujar bajo las condiciones señaladas.



Autoevaluación

1 Reconstruye la adición:

$$\begin{array}{r} 2\square\square37 \\ \square7224 \\ \quad\;\; 8\square\square \\ \hline \square72745 \end{array} +$$

2 Halla la suma de cifras del producto en:

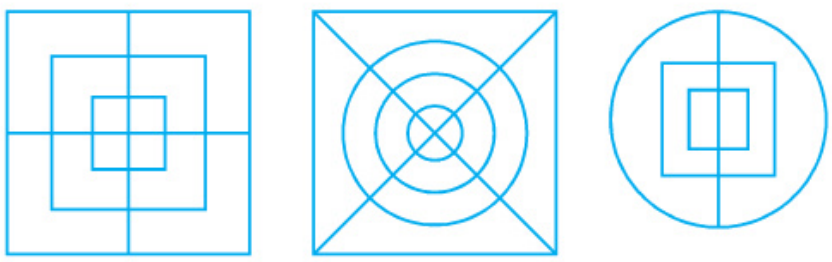
$$\begin{array}{r} 3\bigcirc \\ \times\quad \bigcirc 6 \\ \hline 1\bigcirc 2 \\ \bigcirc 4\;\; \\ \hline \bigcirc 3\bigcirc \end{array}$$

3 Indica la suma del dividendo más el cociente en:

$$\begin{array}{r|l} 8\square\;\square & \square \\ \square & \square\square \\ \hline 2\square & \\ \square\;7 & \\ \hline -\;\;2 & \end{array}$$

4 Un reloj señala la hora con igual número de campanadas. Para indicar la 5 A.M. demoró 2 segundos. ¿ Cuánto demorará para indicar las 11 A.M.?

5 ¿Cuál de estas figuras se puede dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel?



6 Intenta dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel cada una de las siguientes figuras. Luego cuenta cuántas no se pueden dibujar bajo las condiciones señaladas.

Adición de números naturales

Conteo de segmentos, ángulos y triángulos

Para medir la velocidad de la corriente de un río se han establecido cuatro estaciones de control a lo largo del río.

De cada una de las 3 primeras estaciones se sueltan láminas de distintos colores. Cada color es para recoger en la estación correspondiente y consignar la hora.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos colores de láminas se utilizan? _____

Si bien contar cosas puede ser fácil, hacerlo en forma desordenada o utilizar una técnica inapropiada puede conducir a errores.

En este capítulo vamos a ver diversas estrategias para contar segmento, ángulos y triángulos.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- De la estación 1 se sueltan 3 láminas de colores para ser recogidas en las estaciones 2; 3 y 4.
- De la estación 2 se sueltan 2 colores y de la 3, un solo color.
- El número de colores coincide con el número de estaciones.

∴ Número de colores = 1 + 2 + 3 = 6

Conteo de segmentos

Ejemplo 1

¿Cuántos segmentos hay en la figura?

Resolviendo:

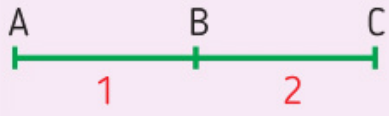
∴ N° de segmentos: 1 + 2 + 3 + 4 = 10

Ten en cuenta

CÓMO CONTAR SEGMENTOS

Segmento: $\overline{AB}$

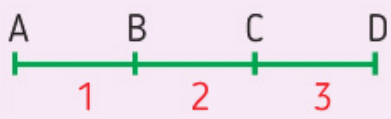
N° de segmentos: 1



Segmentos: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$

N° de segmentos:

1 + 2 = 3



Segmentos:

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ y $\overline{AD}$

N° de segmentos:

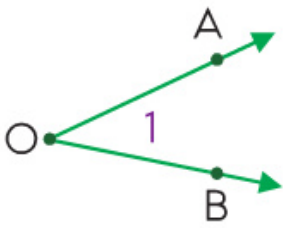
1 + 2 + 3 = 6

Para calcular el número de segmentos, enumeramos los segmentos simples y sumamos los números de la enumeración.

Razonamiento Matemático

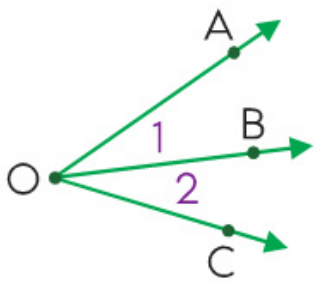
Conteo de ángulos

También para contar ángulos se puede emplear la técnica de conteo de segmentos. **Observa** las siguientes figuras.



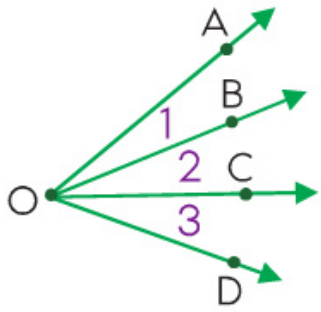
Ángulo: AOB

Número de ángulos: 1



Ángulos: AOB, BOC y AOC

Número de ángulos: 1 + 2 = 3

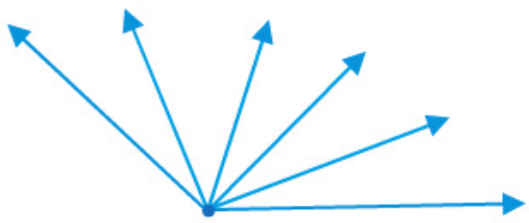


Ángulos: AOB, BOC, COD, AOC, BOD y AOD

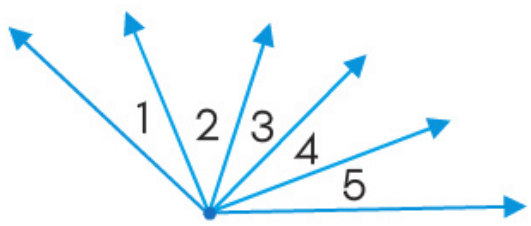
Número de ángulos: 1 + 2 + 3 = 6

Ejemplo 2

¿Cuántos ángulos hay en la figura?



Resolviendo:

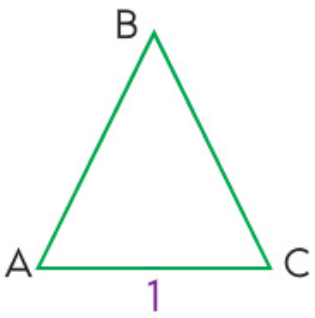


∴ Número de ángulos:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

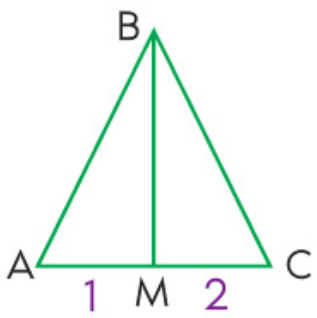
Conteo de triángulos

También para contar trinángulos se puede emplear la técnica de conteo de segmentos, pero solo en algunos casos. Cuando no es posible utilizar, se numeran todas las regiones de la figura y se cuentan los triángulos de 1 número, de 2 números, etc.



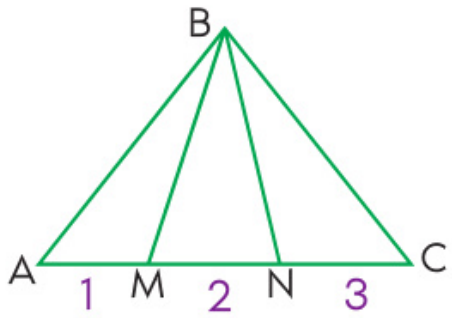
Triángulo: ABC

Número de triángulos: 1



Triángulos: ABM, MBC y ABC

Número de triángulos: 1 + 2 = 3

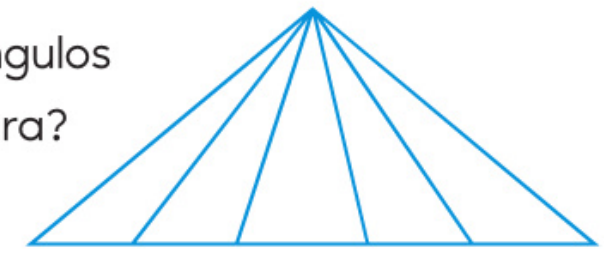


Triángulos: ABM, MBN, NBC, ABN, MBC y ABC

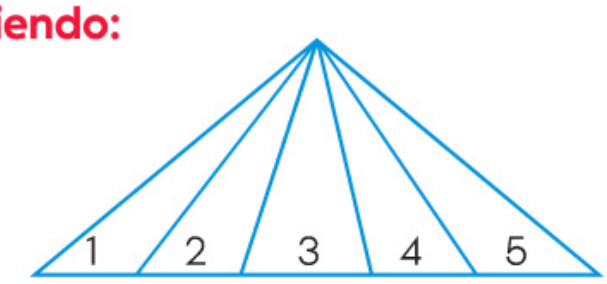
Número de triángulos: 1 + 2 + 3 = 6

Ejemplo 3

¿Cuántos triángulos hay en la figura?



Resolviendo:

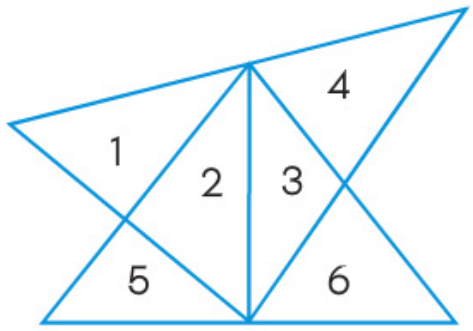


∴ Número de triángulos:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

Ejemplo 4

¿Cuántos triángulos hay en la figura?



Resolviendo:

△s de 1#: 1; 2; 3; 4; 5 y 6 — 6

△s de 2#s: 12; 25; 34 y 36 — 4

△s de 4#s: 1234 y 2356 — 2

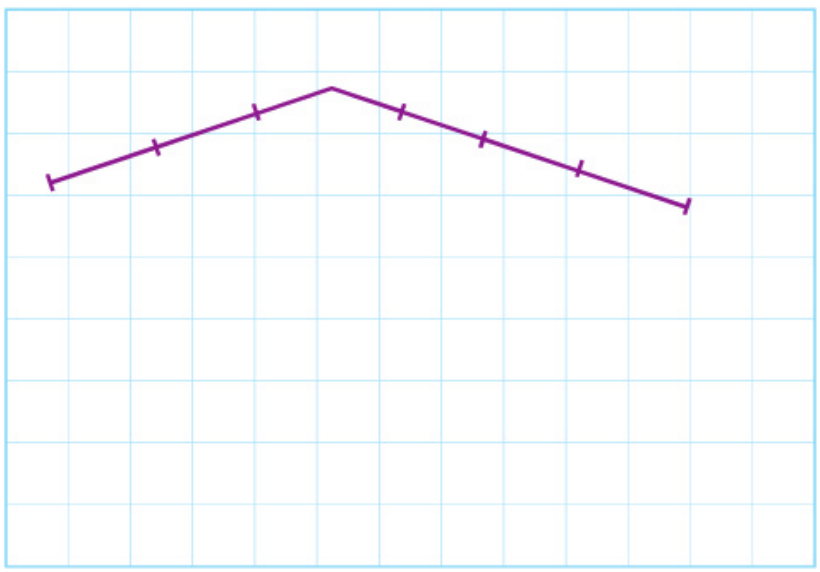
Total: 12

GENIO MATIC

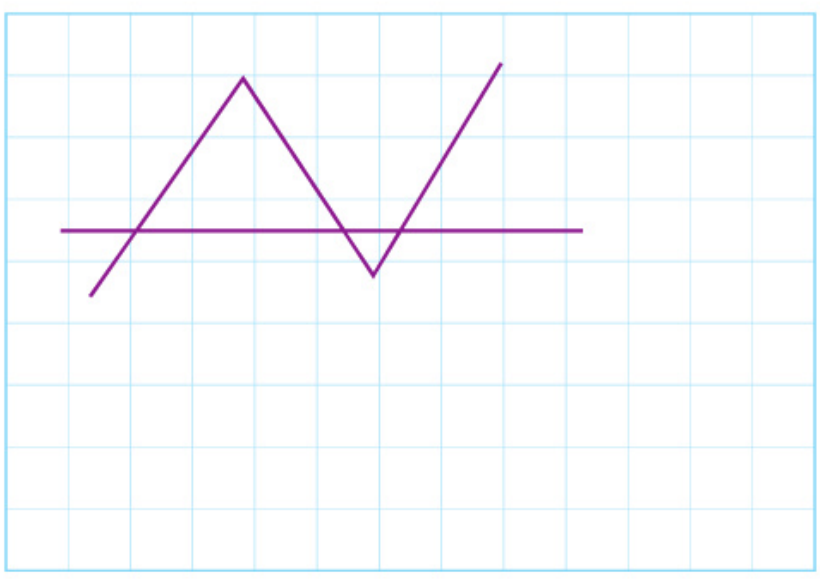
Nivel básico

¿Cuántos segmentos hay en las siguientes figuras?

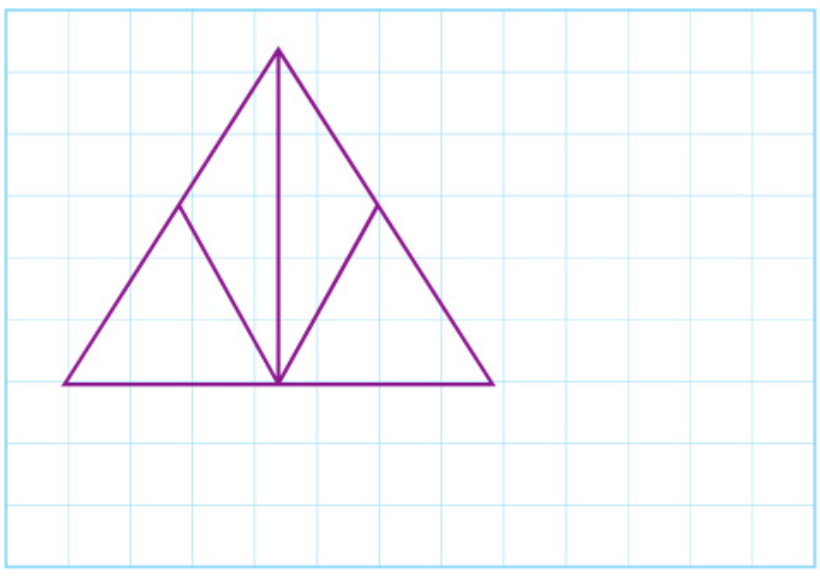
1



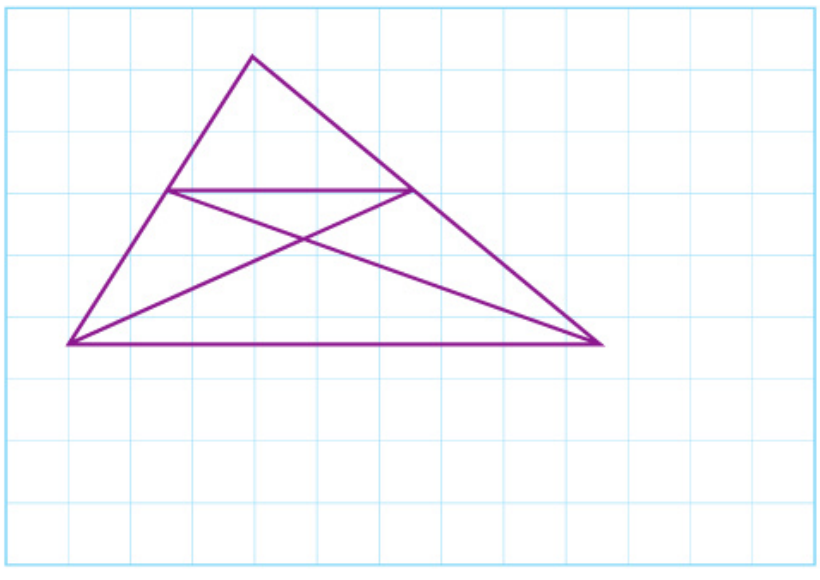
2



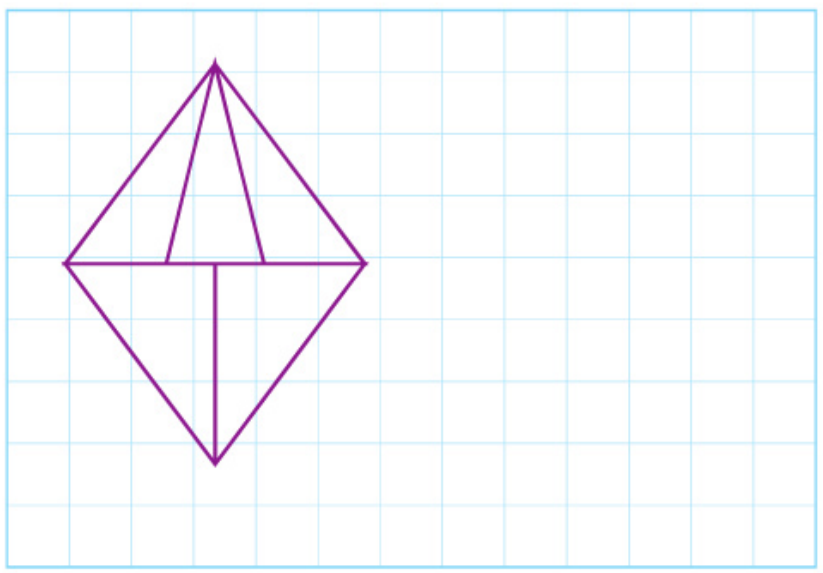
3



4



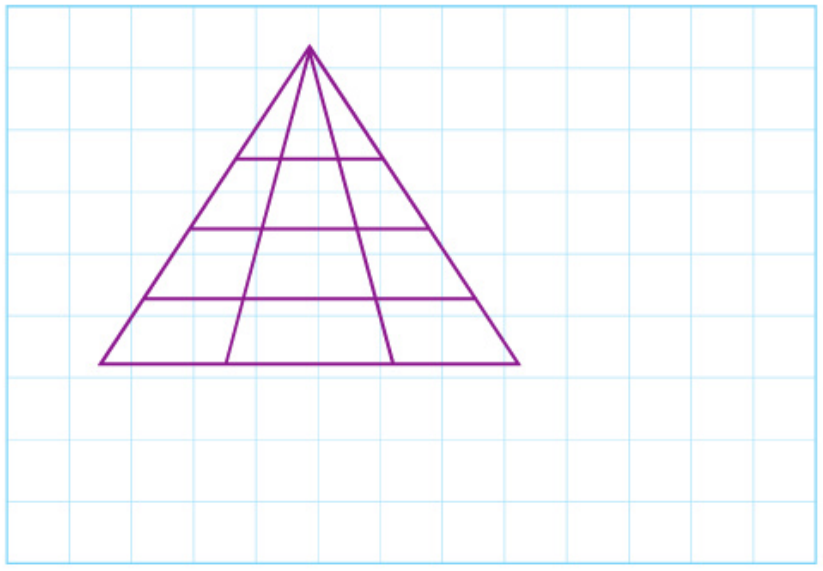
5



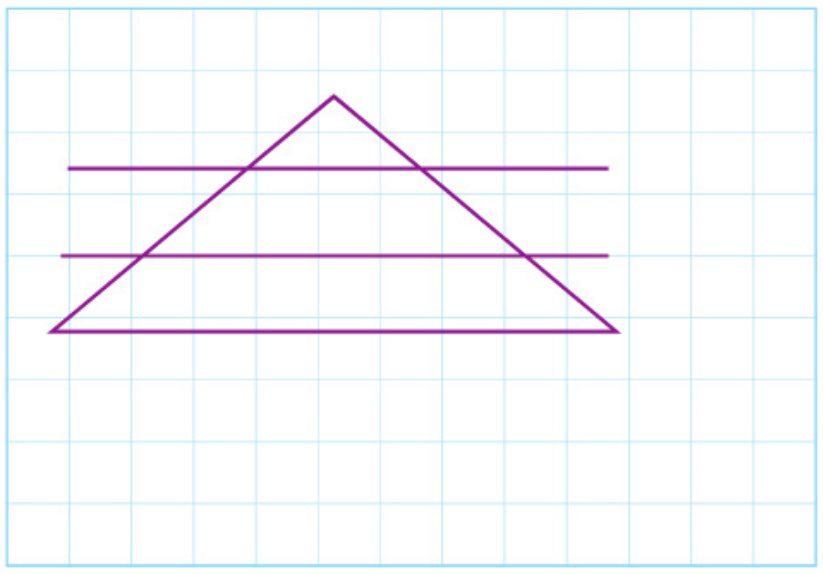
Nivel intermedio

¿Cuántos segmentos hay en las siguientes figuras?

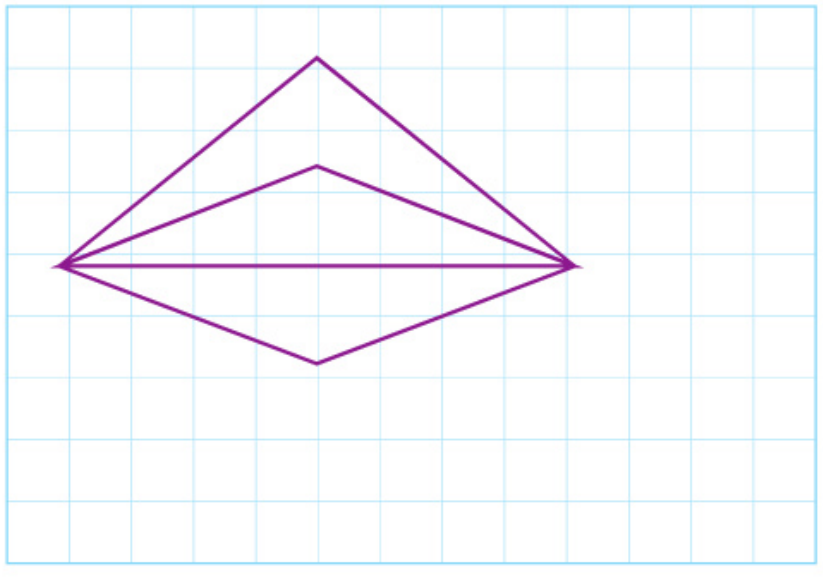
6



7

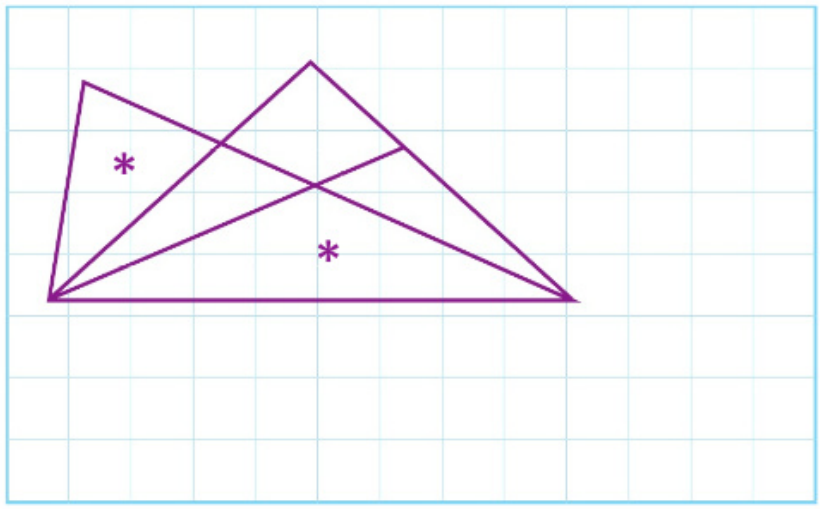


8 ¿Cuántos ángulos hay en la figura?

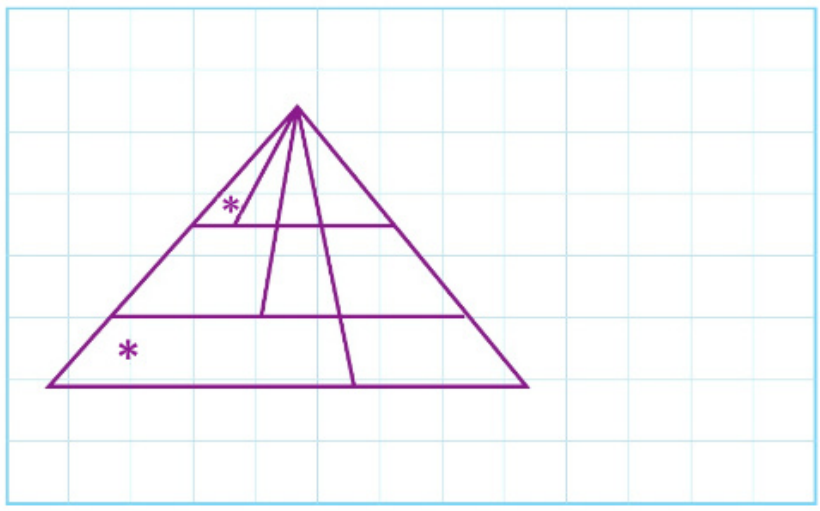


En las siguientes figuras, **determina** el número de triángulos que contienen un solo asterisco.

9



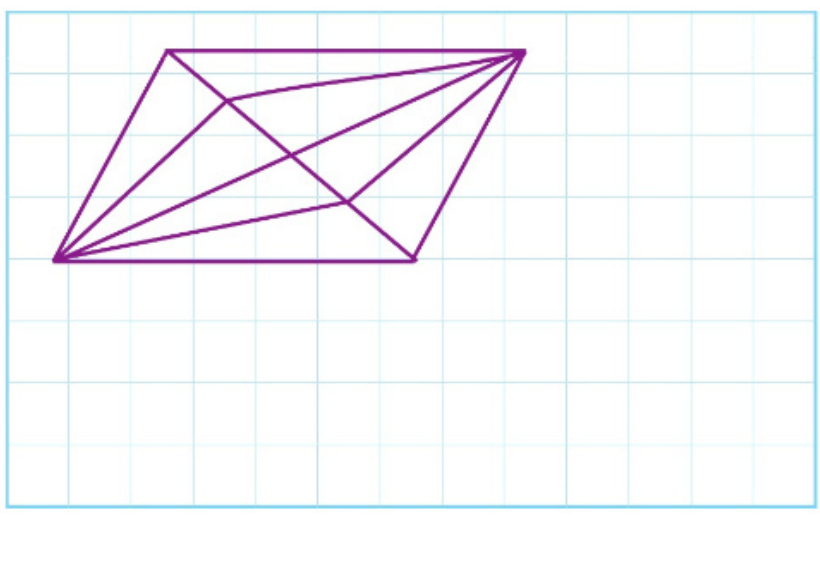
10



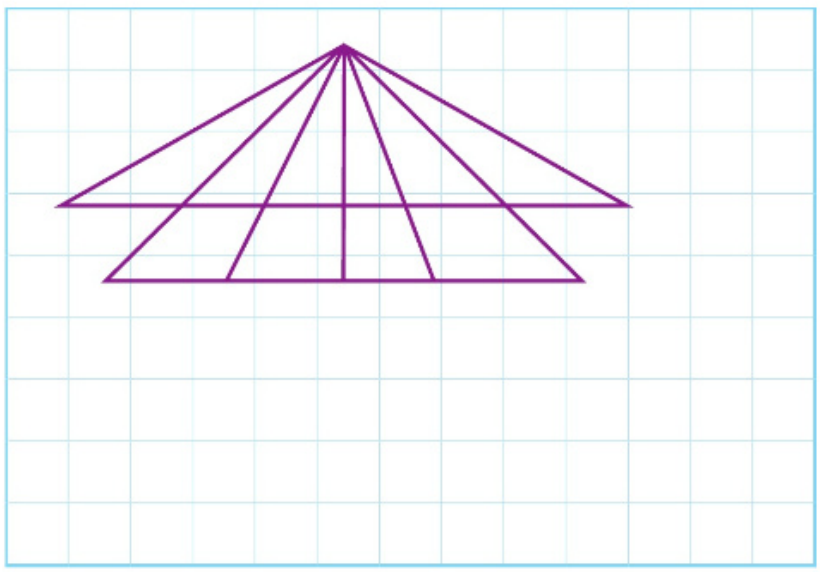
Nivel avanzado

En las siguientes figuras, **determina** el número de segmentos y triángulos.

11

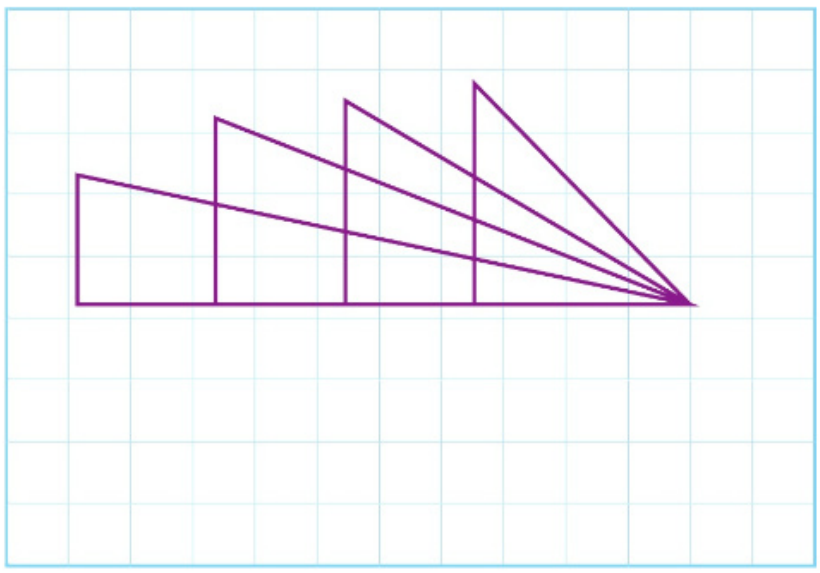


12

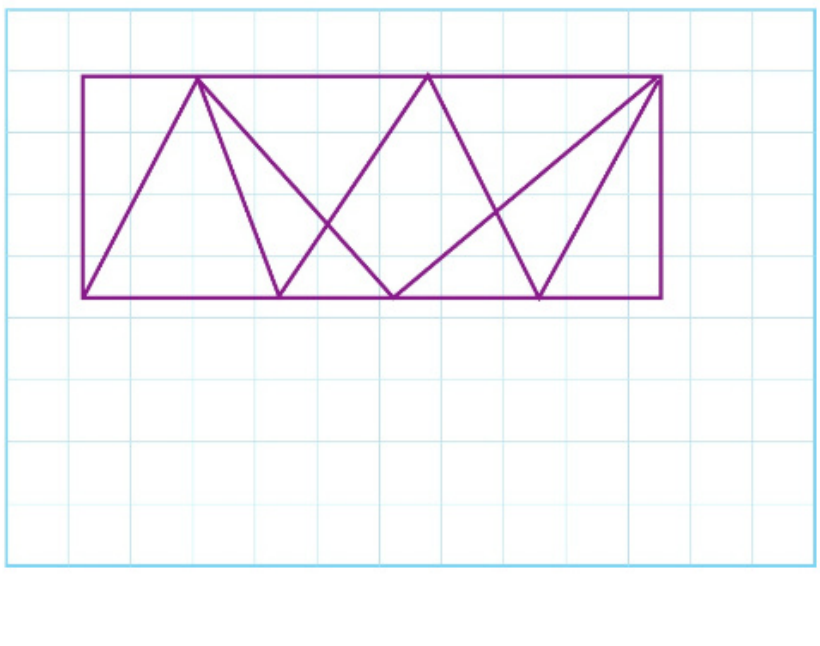


Determina el número de triángulos en cada una de las siguientes figuras:

13



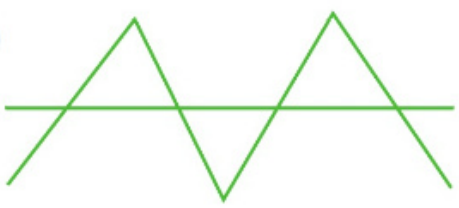
14



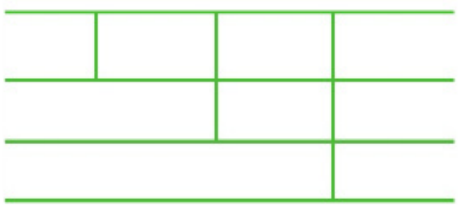
Tarea

¿Cuántos segmentos hay en las siguientes figuras?

1

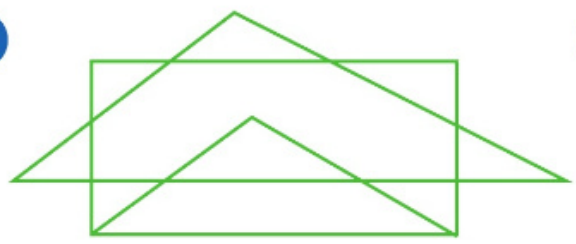


2

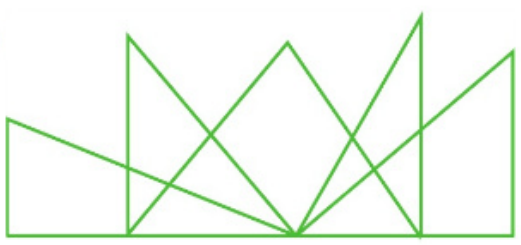


Determina el número de triángulos en cada una de las siguientes figuras:

3



4



Razonamiento Matemático

GENIO MATIC

Conteo de cuadriláteros

- Adición y multiplicación
- Conteo de segmentos

Don Simón ha comprado un terreno rectangular para vender. Luego de lotizar en la forma mostrada, se pregunta de cuántas maneras distintas puede vender los lotes.

Las personas pueden comprar uno o más lotes, incluso todo el lote, pero siempre en lotes de forma rectangular.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos lotes rectangulares se pueden formar en el terreno de don Simón? _____

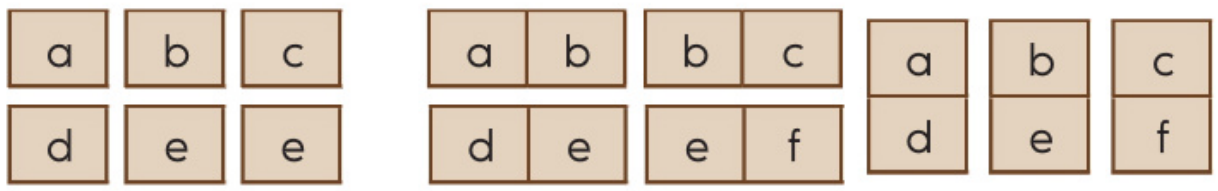
El **cuadrilátero** es la figura que tiene 4 lados. Para contar el número de cuadriláteros podemos utilizar, siempre que sea posible, la técnica del conteo de segmentos. Cuando la figura no se presta para dicha técnica, se debe contar por enumeración.

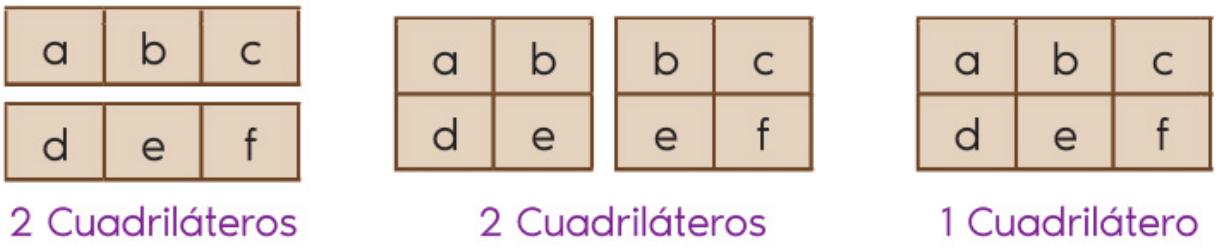
Resolviendo: (Problema introductorio)

- Colocamos letras a cada región:

a	b	c
d	e	f

- Contamos los cuadriláteros de una letra, de dos letras, de tres letras, de 4 letras y de seis letras:

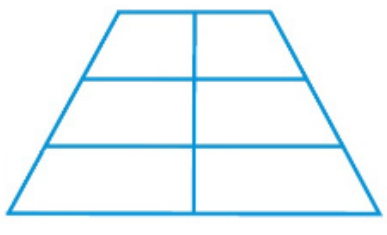




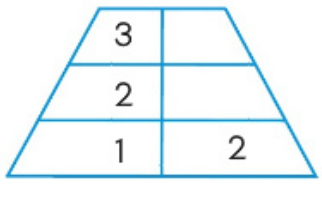
$\therefore$ 6 + 7 + 2 + 2 + 1 = 18 Cuadriláteros

Ejemplo 1

¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



Resolviendo:



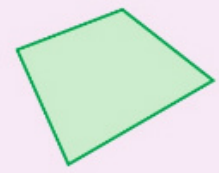
- Suma de la fila: 1 + 2 = 3 (×)
- Suma de la columna: 1 + 2 + 3 = 6

$\therefore$ N° cuadriláteros: 18

Ten en cuenta

Cuadriláteros

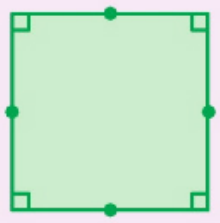
Cuadrilátero convexo



Cuadrilátero cóncavo

El Cuadrado

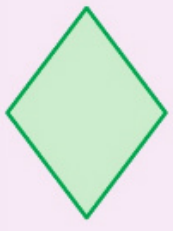
Tiene 4 lados iguales y 4 ángulos rectos.



El Rectángulo

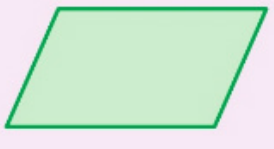
Tiene 4 ángulos rectos y dos pares de lados paralelos.

Rombo



Trapecio

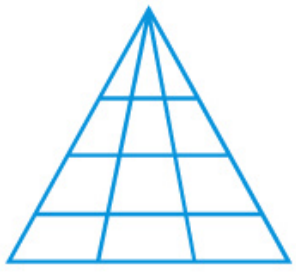
Paralelogramo



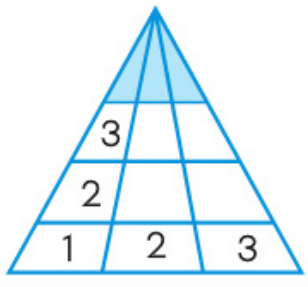
Razonamiento Matemático

Ejemplo 2

¿Cuántos cuadriláteros aparecen en la figura?



Resolviendo:



No consideramos la parte sombreada porque en esa región solo hay triángulos:

Suma de la fila : $1 + 2 + 3 = 6$ ×

Suma de la columna : $1 + 2 + 3 = 6$

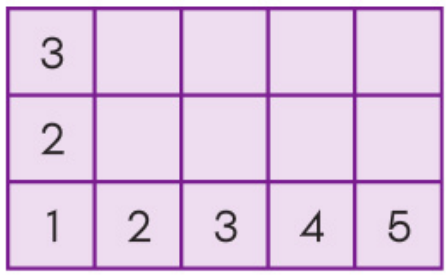
36

∴ Hay 36 cuadriláteros

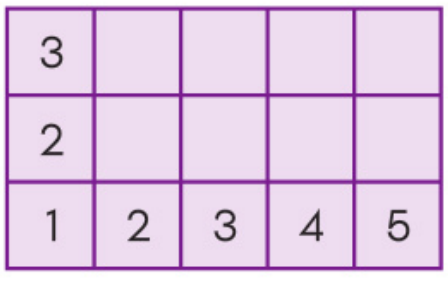
Conteo de cuadrados

Ejemplo 3

¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



Resolviendo:



$3\times5 = 15$ +

$2\times4 = 8$

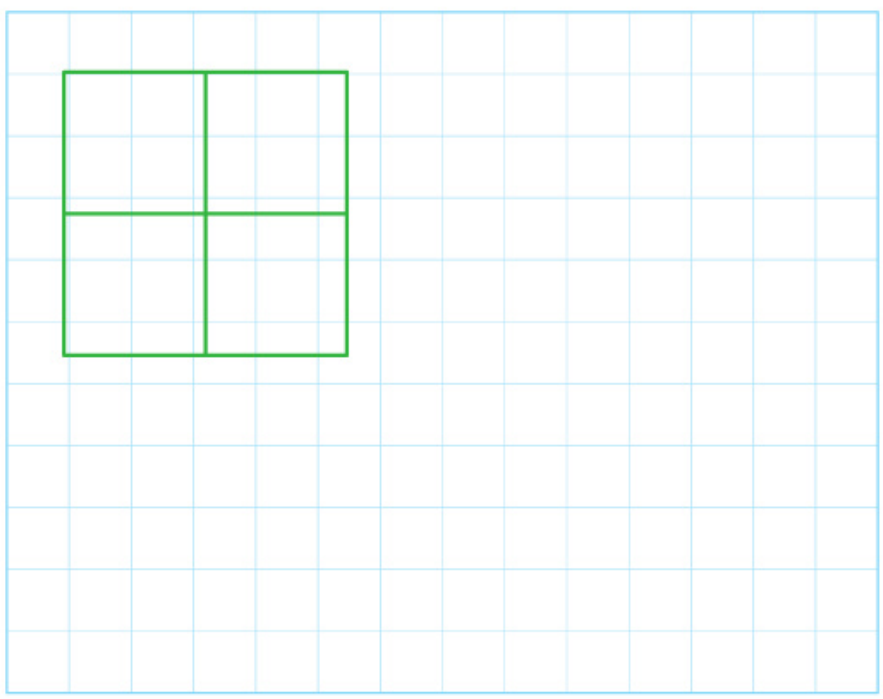
$1\times3 = 3$

Total = 26

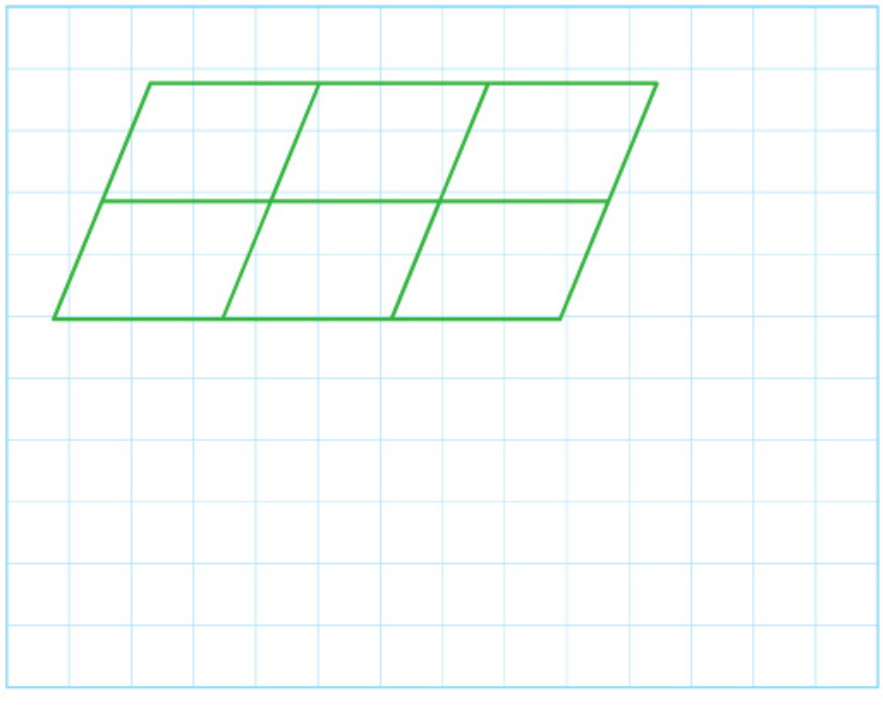
∴ Hay 26 cuadrados

Nivel básico

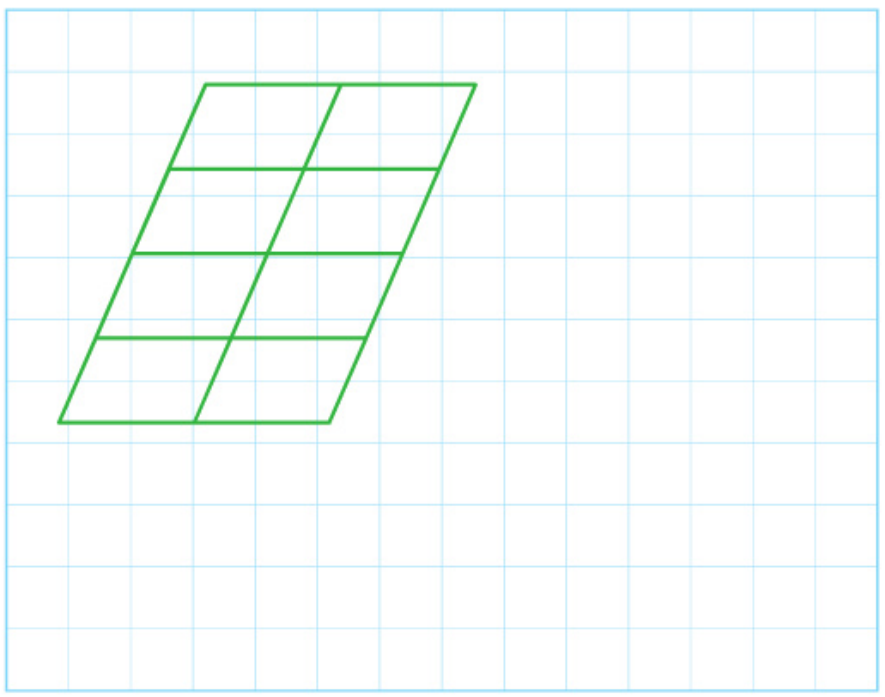
1 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



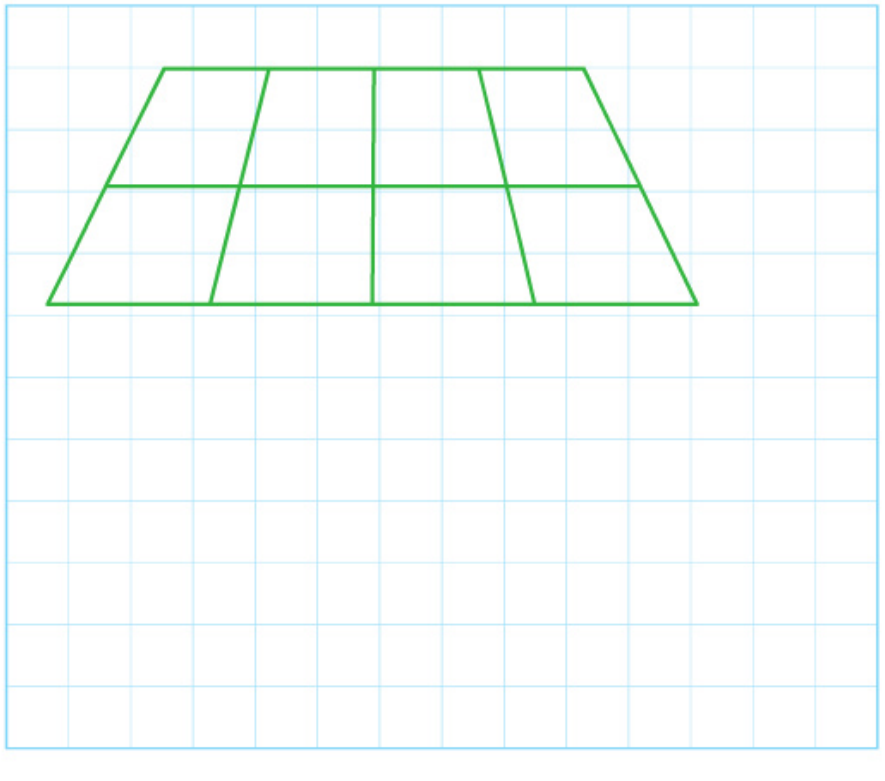
2 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



3 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?

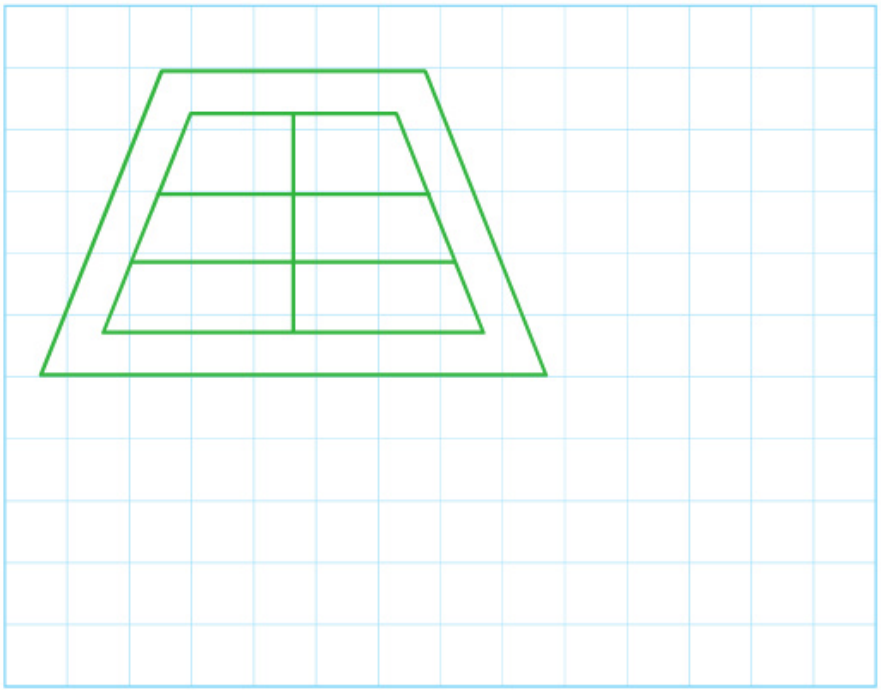


4 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?

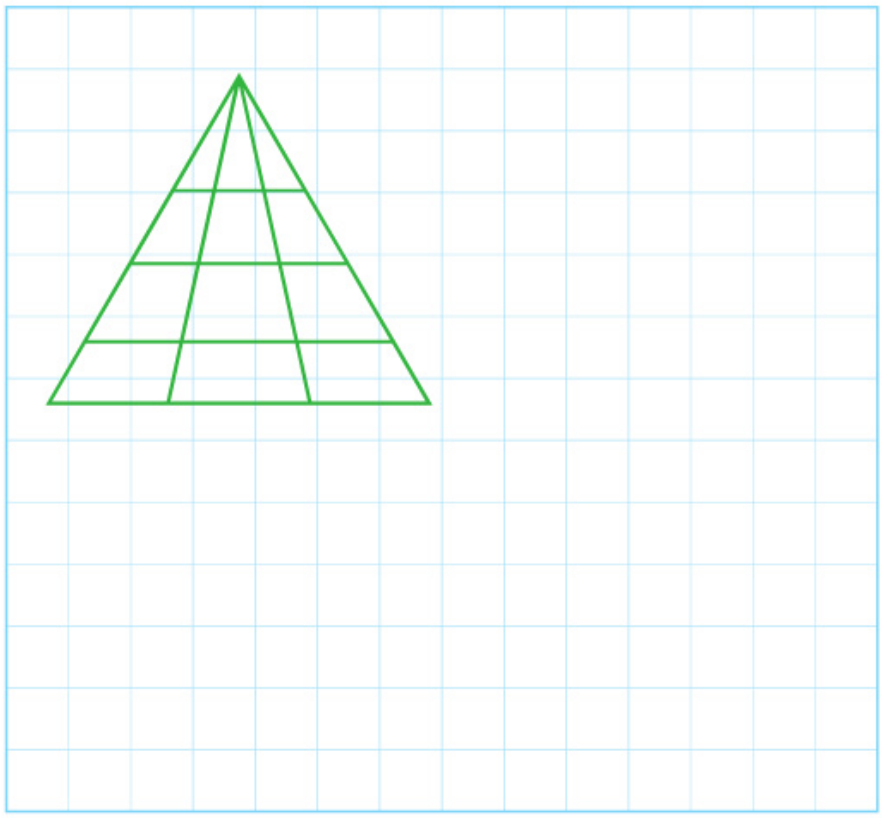


GENIO MATIC

5 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?

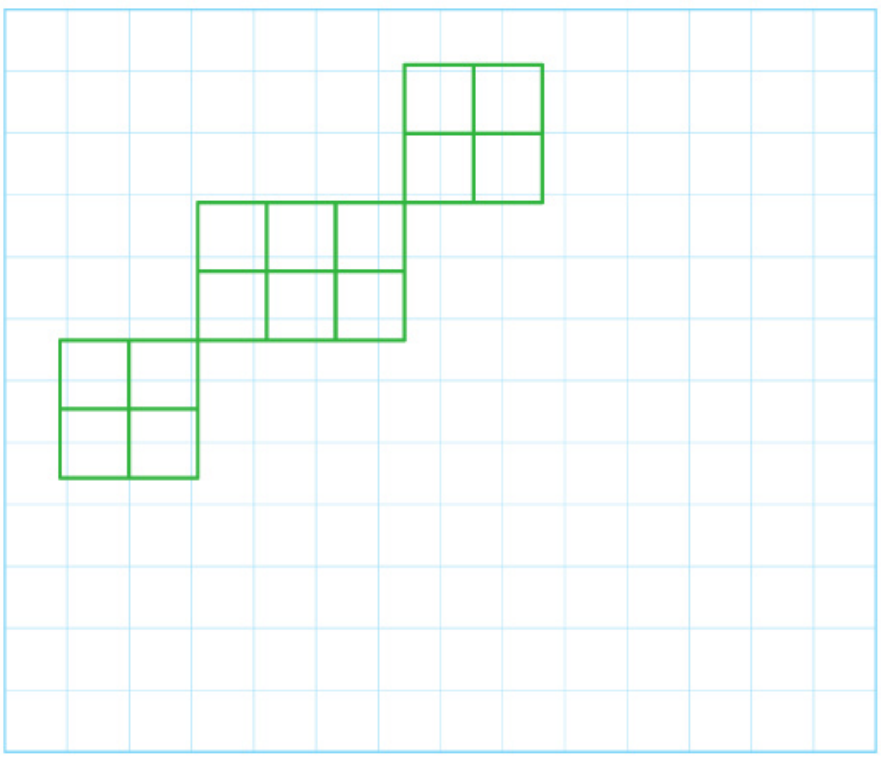


8 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?

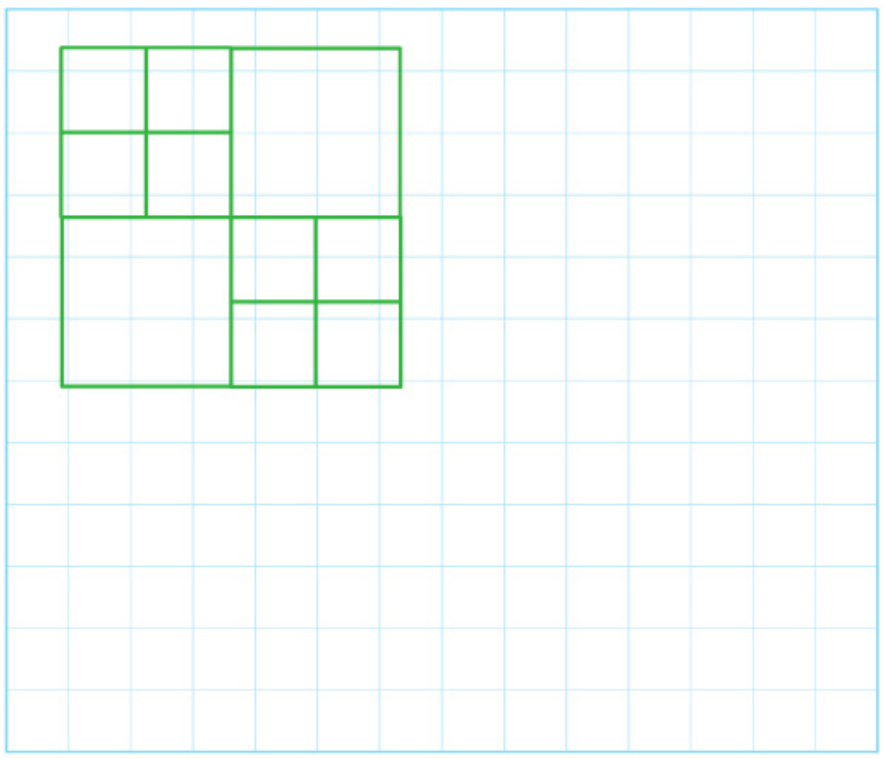


Nivel intermedio

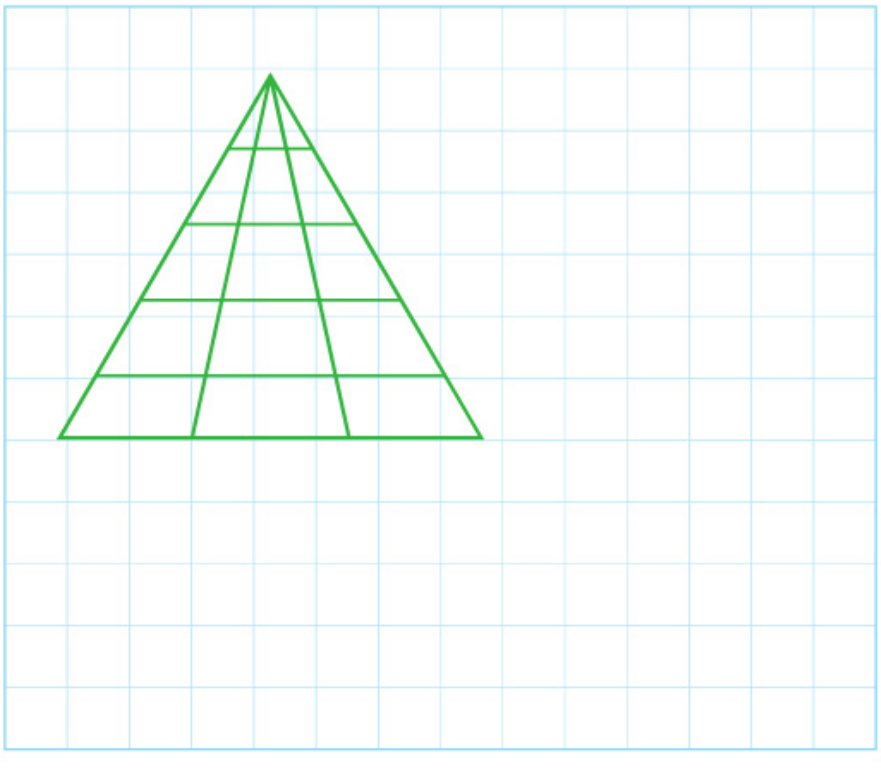
6 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



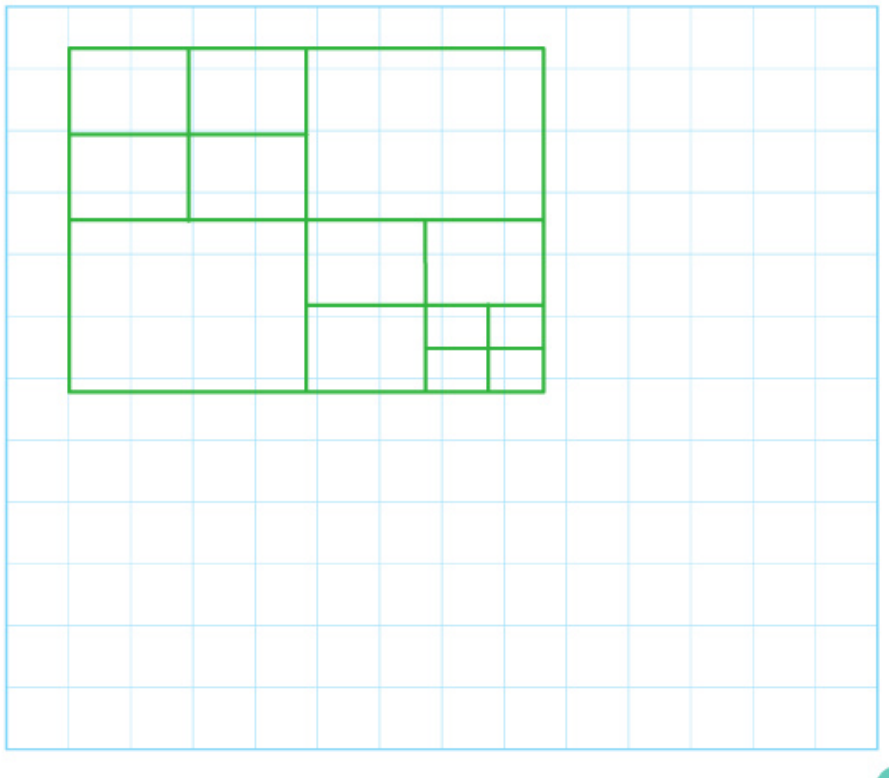
9 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



7 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?

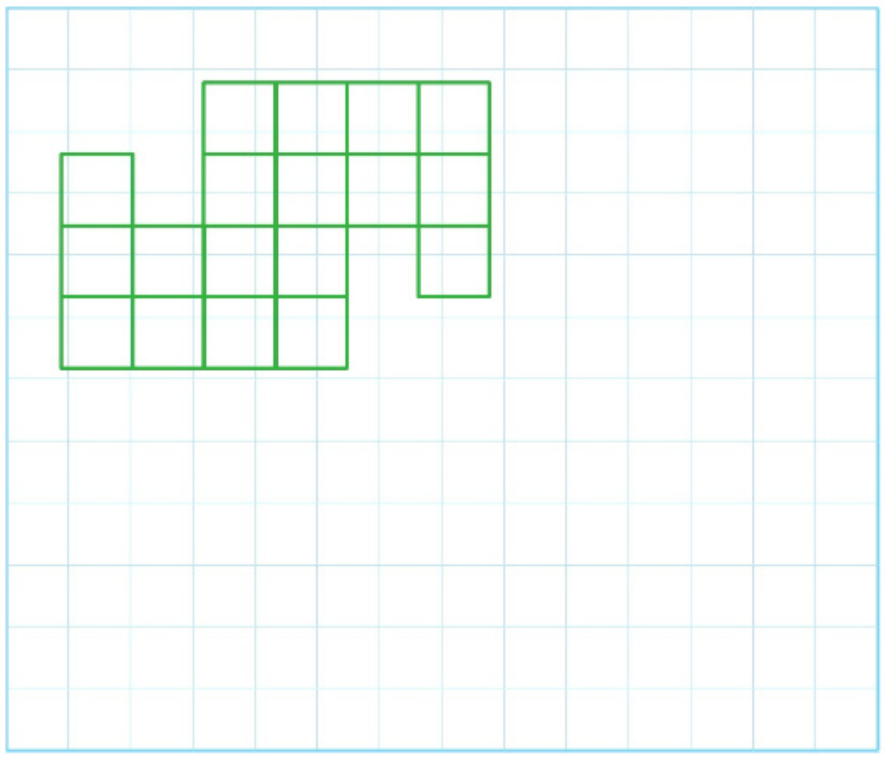


10 ¿Cuántos cuadrados hay como máximo?

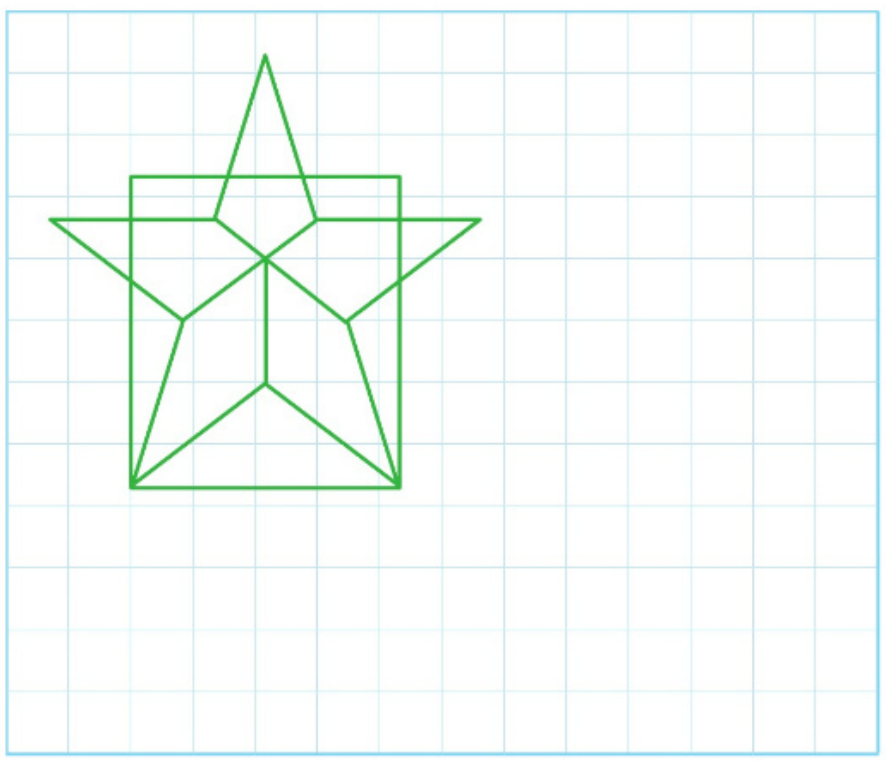


Nivel avanzado

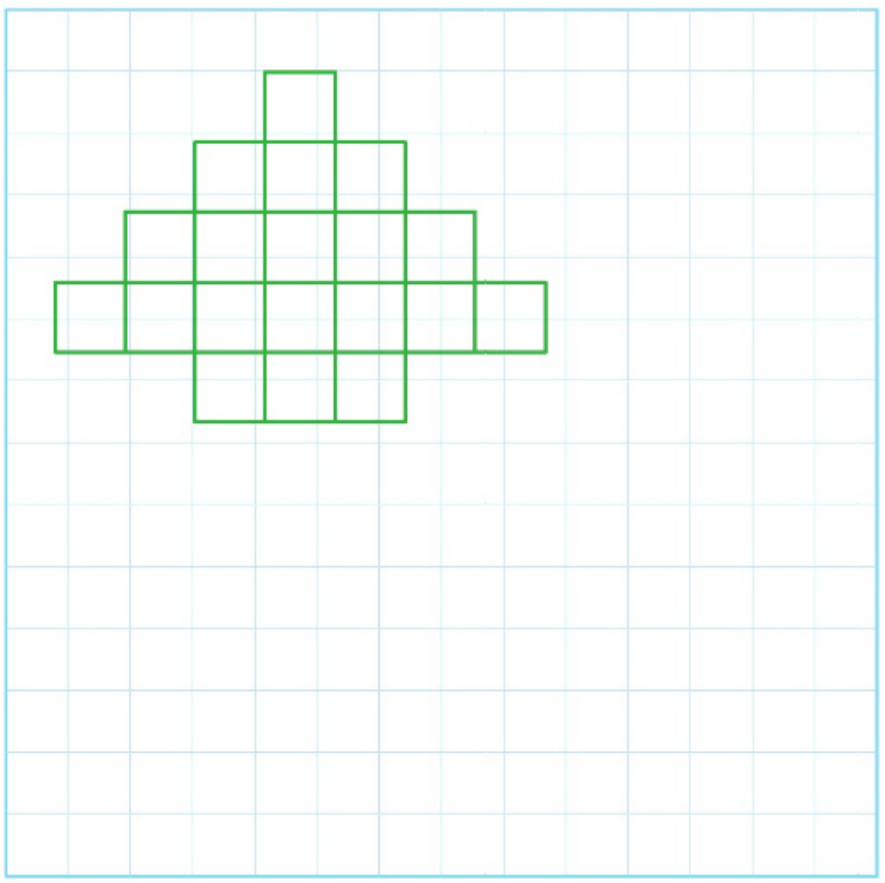
11 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



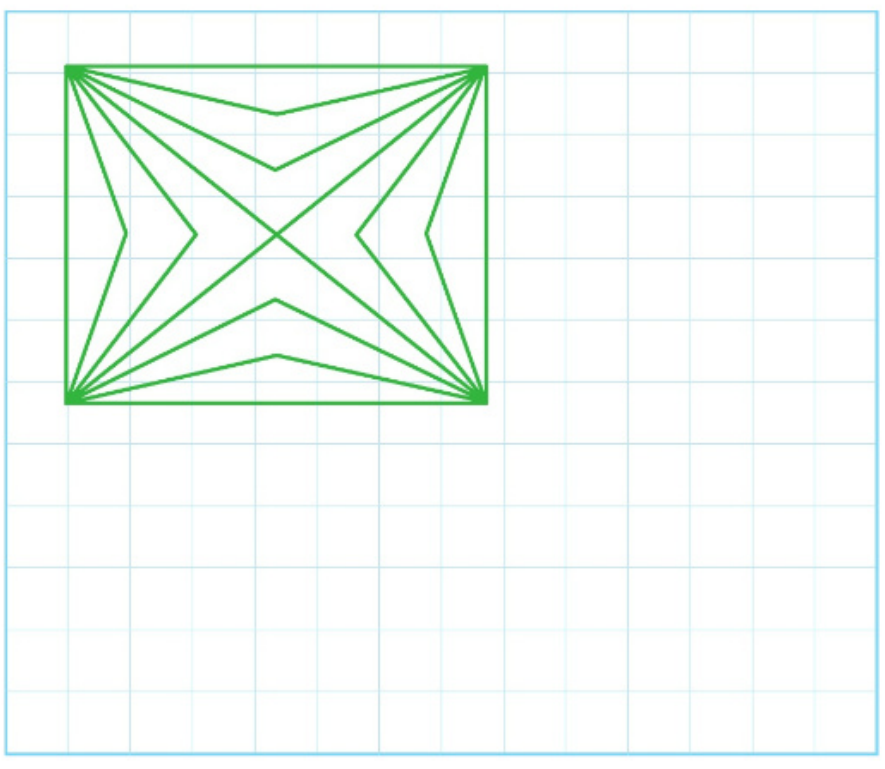
12 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



13 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



14 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?

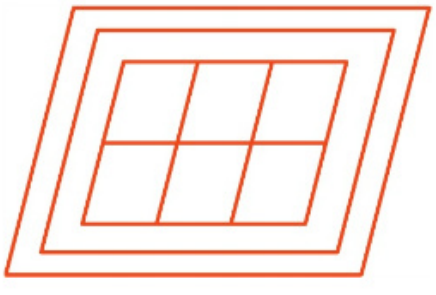


Razonamiento Matemático

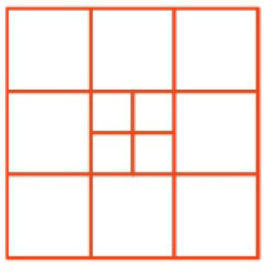
Tarea

1 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?

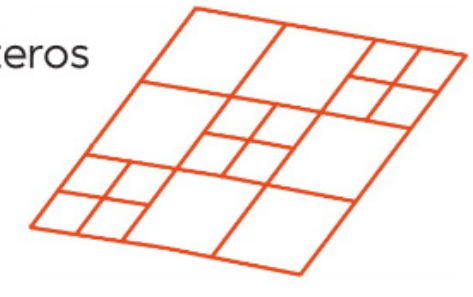
2 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



3 ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



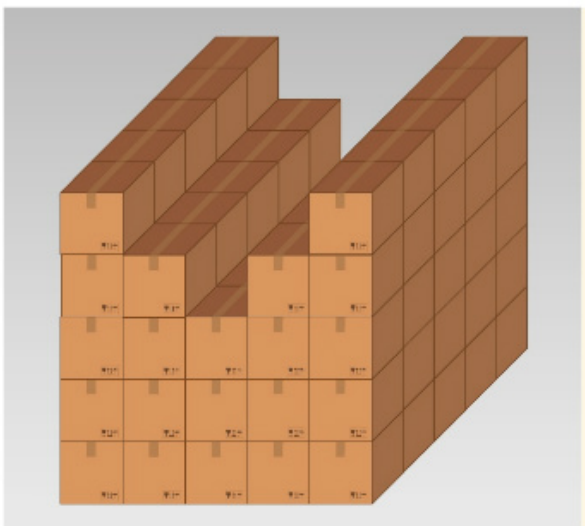
4 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



GENIO MATIC

Adición

Conteo de cubos



En la fábrica donde trabaja Joaquín, los productos se embalaron en cajas cúbicas del mismo tamaño.

Joaquín está encargado de verificar el número de cajas que se envían a provincias. La figura muestra un lote de cajas para Juliaca.

VIDEO DE TEORÍA

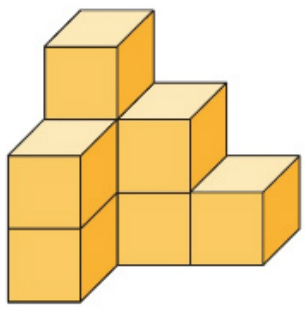
Responde:

¿Cuántas cajas hay en el lote? _____

El cubo es una figura tridimensional que tiene 12 aristas y 6 caras iguales, donde cada una es un cuadrado.

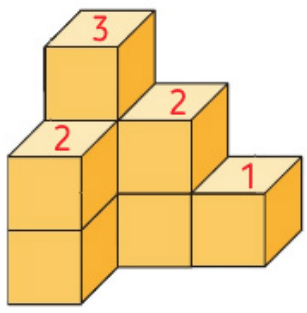
Ejemplo 1

Observa y **cuenta** los cubos simples que aparecen en la figura:



Resolviendo:

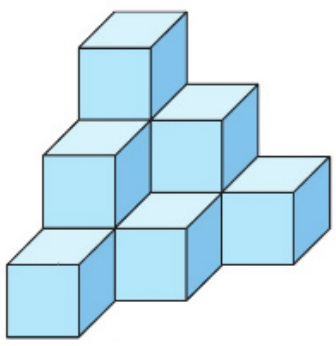
- Numeramos las caras superiores de los cubos.
- Cada número indica el número de cubos en la torre.
- La suma de los números escritos nos da el total de cubos.



∴ En total hay: 1 + 2 + 2 + 3 = 8 cubos

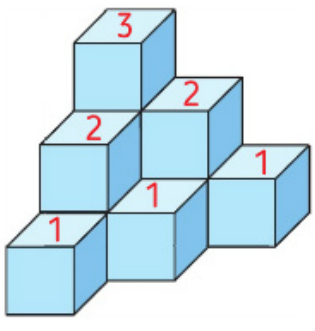
Ejemplo 2

Observa y cuenta los cubos simples que componen la figura:



Resolviendo:

- En las caras superiores colocamos número que indiquen el piso correspondiente.
- El sólido tiene hasta 3 pisos.



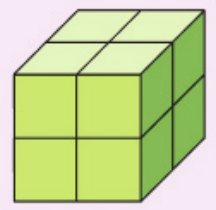
∴ En total hay: 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 10 cubos

Ten en cuenta

EL DADO

El dado es un cubo con sus caras numeradas del 1 al 6. Las caras opuestas siempre suman siete, es decir, si muestra el numero 1, en la cara opuesta está el número 6; si muestra el número 2, en la cara opuesta está el número 5 y si muestra el número 3, en la cara opuesta está el 4.

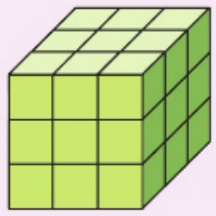
Cubos Simples



La figura muestra un cubo formado por

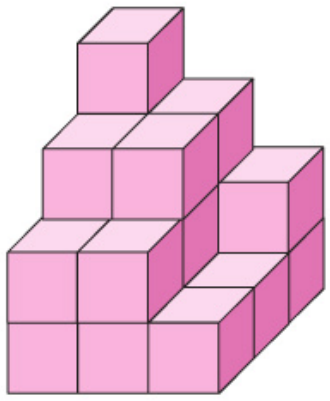
2 x 2 x 2 = 8 cubos simples.

¿Cuántos cubos simples hay en la figura?



Ejemplo 3

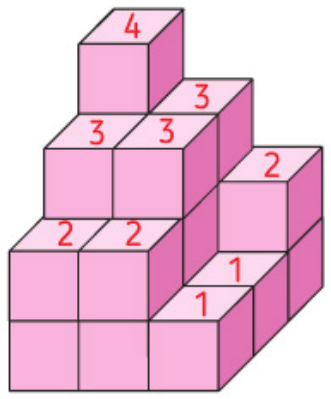
Observa y **cuenta** los cubos simples que componen la figura:



Resolviendo:

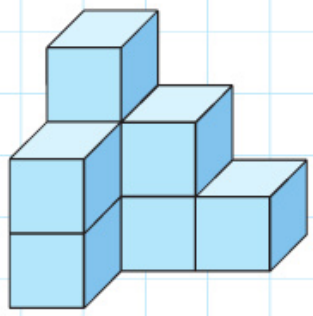
Total de cubos:

$2(1) + 3(2) + 3(3) + 1(4) = 21$

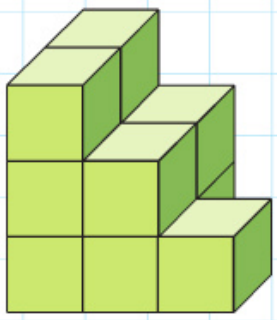


Nivel básico ¿Cuántos cubos simples componen cada una de las siguientes figuras?

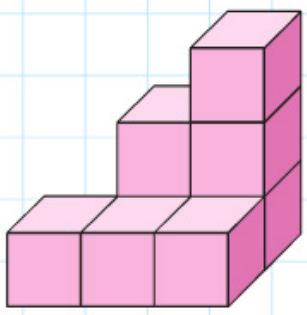
1



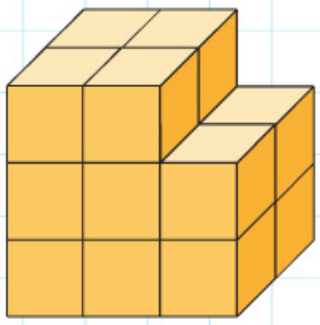
2



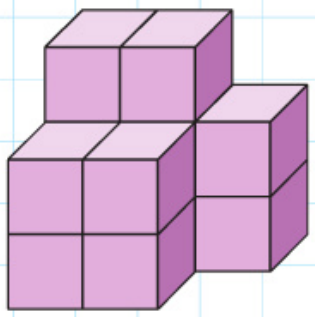
3



4

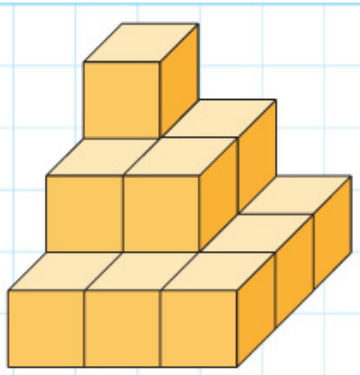


5

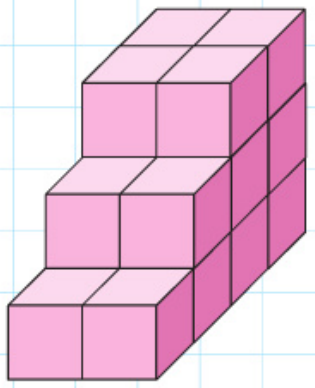


Nivel intermedio

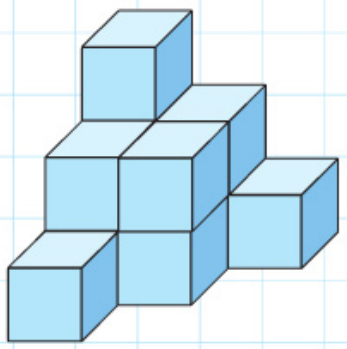
6



7

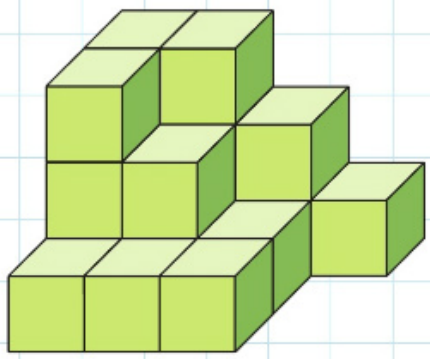


8

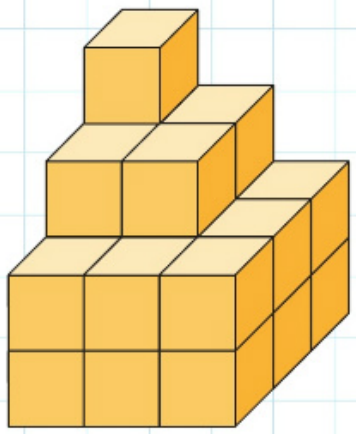


GENIO MATIC

9

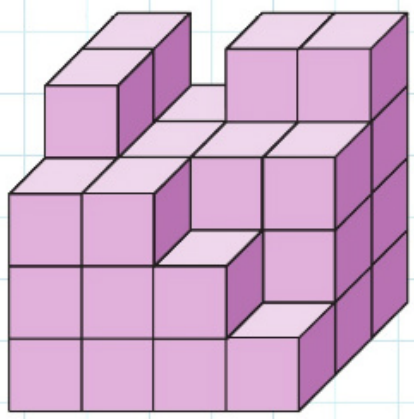


10

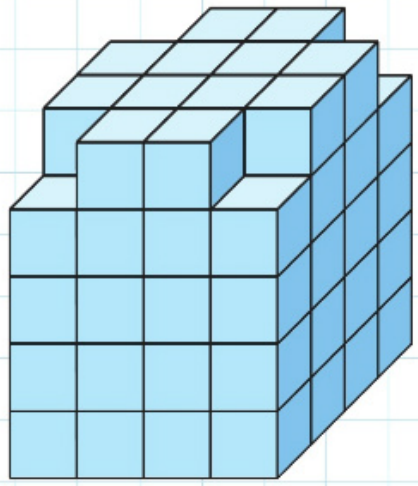


Nivel avanzado

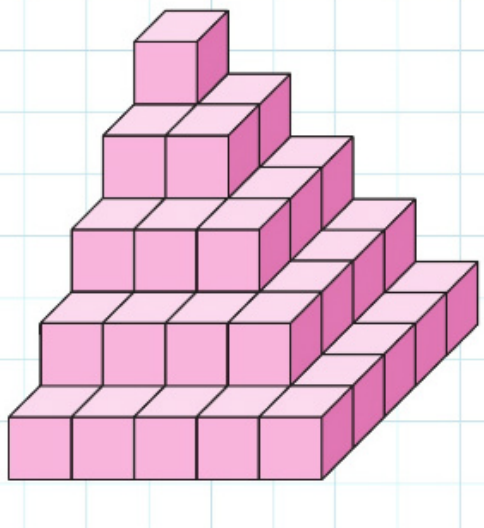
11



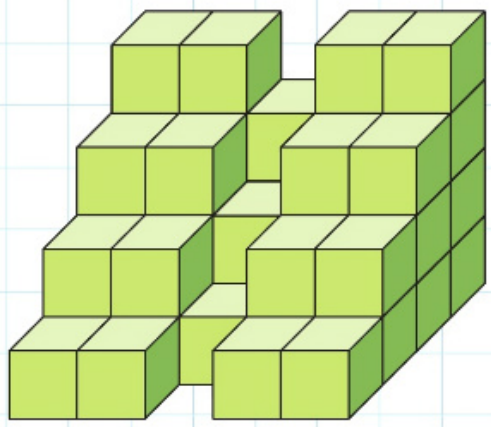
12



13



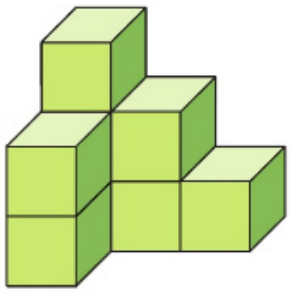
14



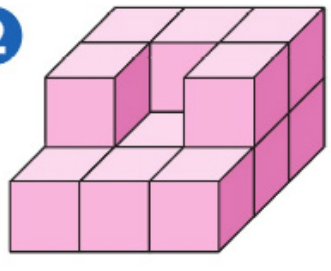
Tarea

¿Cuántos cubos simples componen cada uno de los siguientes sólidos?

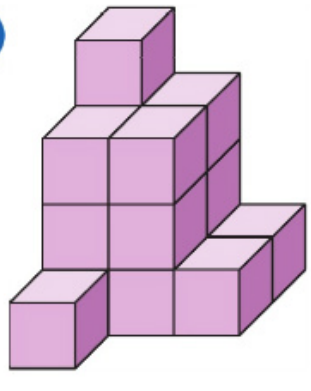
1



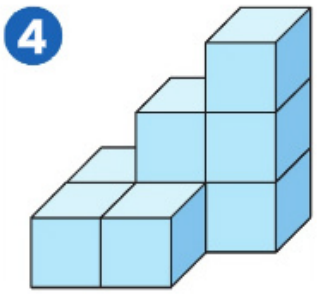
2



3



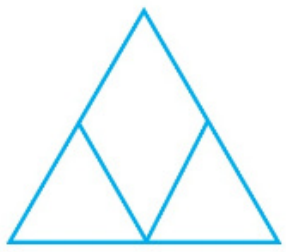
4



Olimpiadas nacionales e internacionales

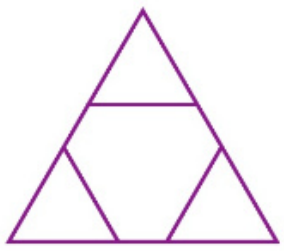
1 ¿Cuántos triángulos hay en la figura?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5



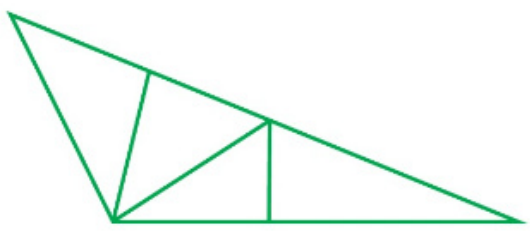
2 ¿Cuántos triángulos hay en la figura?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6



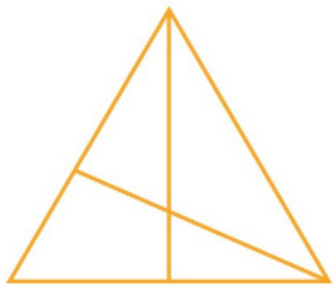
3 Cuenta el número de triángulos en la figura.

A) 9
B) 7
C) 8
D) 10



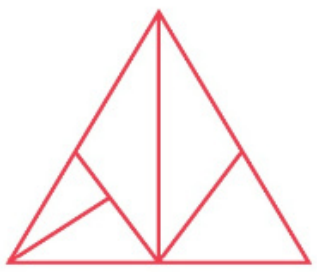
4 En la figura, determina el número de triángulos.

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10



5 ¿Cuántos triángulos hay en esta figura?

A) 6
B) 7
C) 8
D) 9

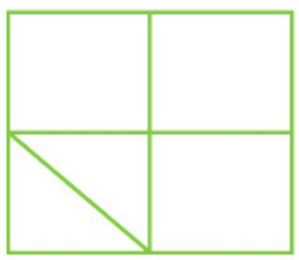


6 Determina la cantidad de cuadriláteros que contiene la figura.

A) 10
B) 12
C) 11
D) 13

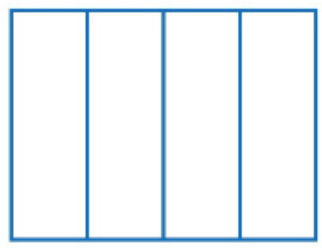
7 ¿Cuántos cuadriláteros hay en esta figura?

A) 10
B) 12
C) 11
D) 13



8 ¿Cuántos cuadriláteros hay en esta figura?

A) 10
B) 9
C) 8
D) 5

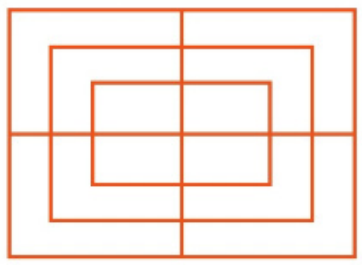


9 ¿Cuántos cuadriláteros se pueden contar en esta figura?

A) 10
B) 11
C) 9
D) 7

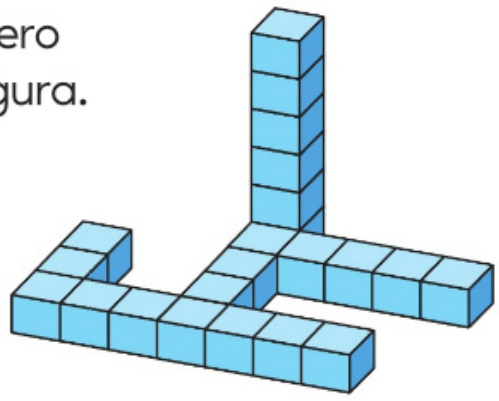
10 ¿Cuántos cuadriláteros se pueden contar en esta figura?

A) 20
B) 24
C) 26
D) 27



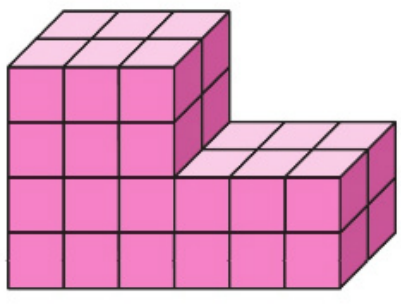
11 Determina el número de cubos en la figura.

A) 24
B) 20
C) 21
D) 22

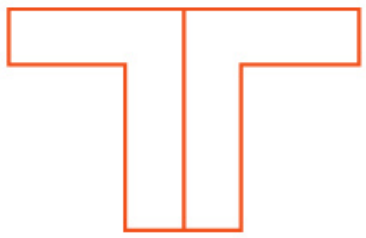


12 ¿Cuántos cubos conforman este sólido?

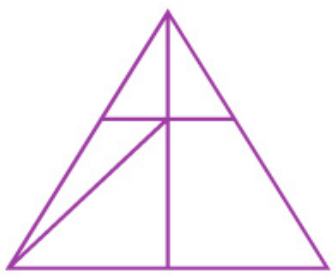
A) 30
B) 34
C) 36
D) 38



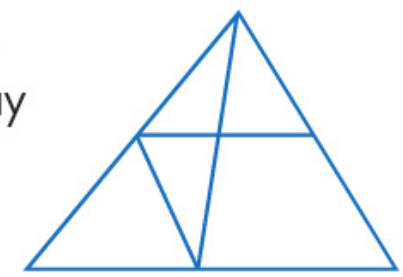
13 ¿Cuántos segmentos se pueden distinguir en esta figura?



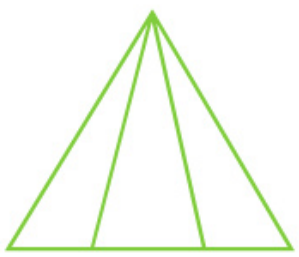
14 ¿Cuántos triángulos puedes identificar en esta figura?



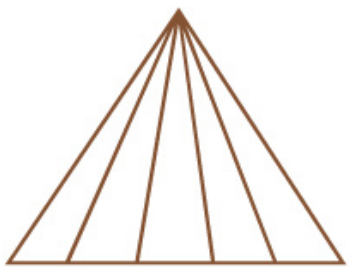
15 Determina el número de triángulos que hay en esta figura.



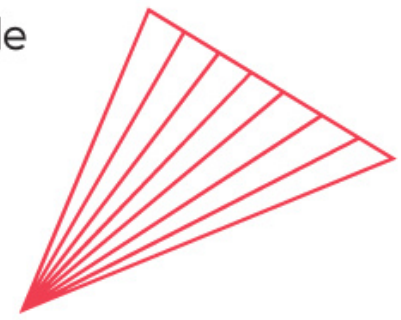
16 Calcula el número de triángulos en la figura.



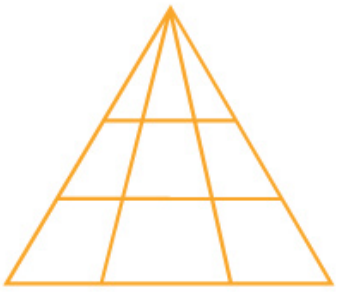
17 Determina el número de triángulos en:



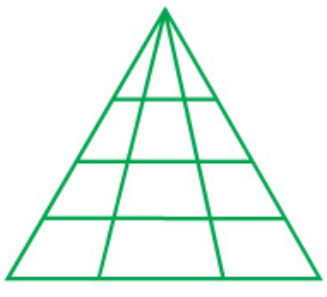
18 Calcula el número de triángulos en:



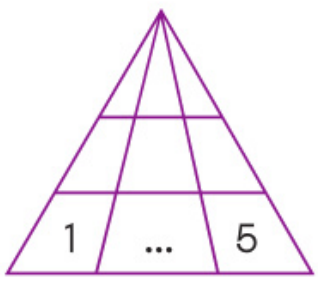
19 Determina cuántos triángulos hay en esta figura.



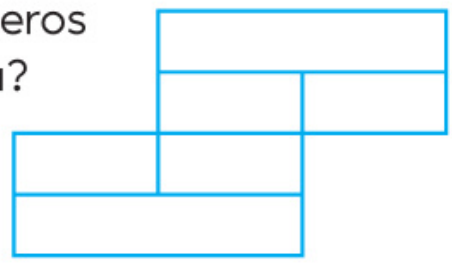
20 Calcula el número de triángulos en esta figura:



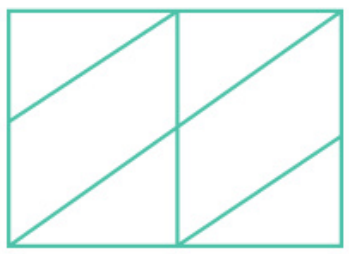
21 Determina el número de triángulos en:



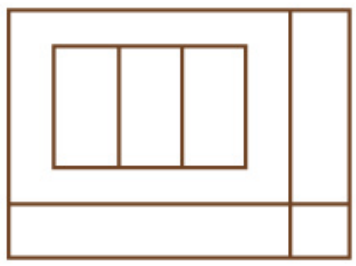
22 ¿Cuántos cuadriláteros hay en esta figura?



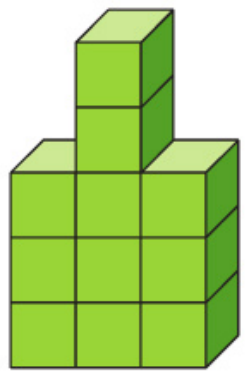
23 Determina el número de cuadriláteros en la figura.



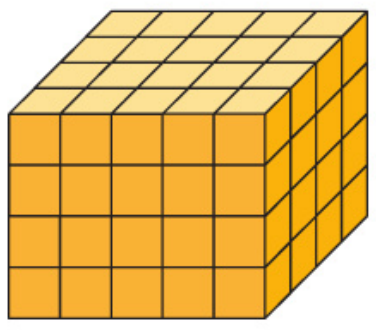
24 Determina el número de cuadriláteros en la figura.



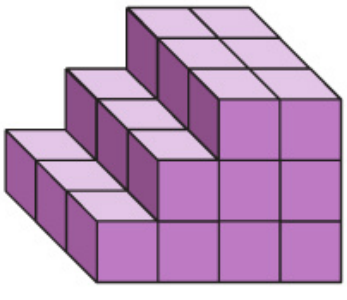
25 ¿De cuántos cubos consta este sólido?



26 Si pintamos de rojo todas las caras de este sólido, ¿cuántos cubitos quedan pintados en una sola cara?



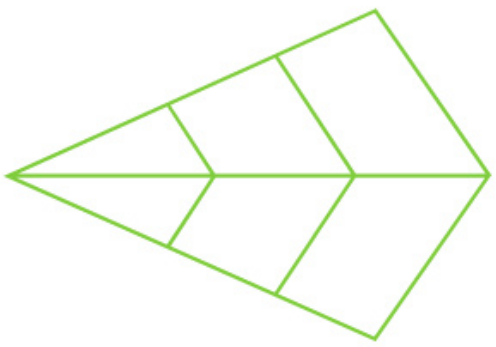
27 Determina el número de cubos del sólido.



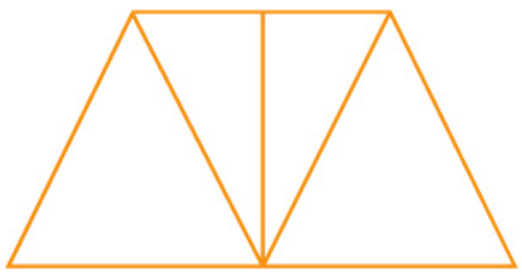
Autoevaluación

1 ¿Cuántos segmentos hay en esta figura?

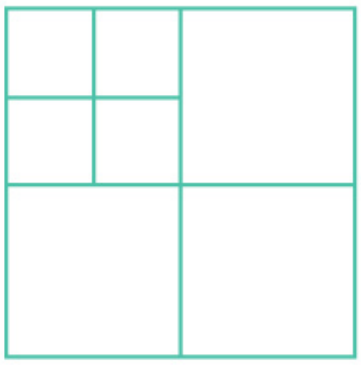
2 ¿Cuántos triángulos hay en esta figura?



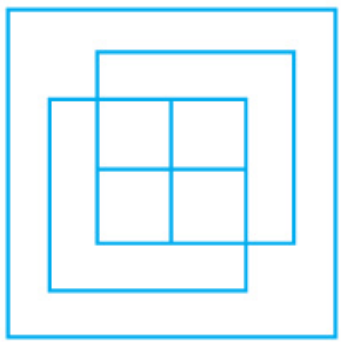
3 Determina la diferencia entre el número de triángulos y el número cuadriláteros en esta figura.



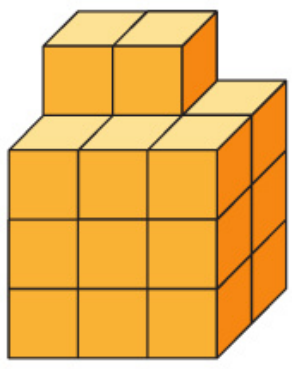
4 ¿Cuántos cuadrados hay en esta figura?



5 Determina el número de cuadriláteros en la figura.



6 ¿Cuántos cubos hay en este sólido?



- Mayor y menor
- Antes y después

Ordenamiento de información

En un cuadrangular amistoso de fútbol, participaron Perú, Ecuador, Chile y Colombia.

Chile obtuvo más puntos que Ecuador pero ninguno de ellos campeonó. Ecuador obtuvo más puntos que Colombia. No hubo empate en ninguno de los puestos.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Quién campeonó en el cuadrangular?

1° ☐ 2° ☐ 3° ☐ 4° ☐

Ordenar consiste en ubicar los objetos en un lugar de acuerdo a alguna regla o criterio. También se ordenan los eventos ocurridos en el tiempo, como los hechos históricos.

Aquí vamos a ordenar objetos en forma lineal, ya sea en forma horizontal o vertical. Para ordenar, contaremos con un conjunto de informaciones que nos permitirán ubicar cada cosa en el lugar correspondiente.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Para determinar qué país campeonó en el cuadrangular, ubicamos en un esquema los datos proporcionados.
- Chile obtuvo más puntos que Ecuador pero ninguno de ellos campeonó.
- Ecuador obtuvo más puntos que Colombia.

1°	
2°	
3°	
4°	

Perú o Colombia → Campeón

Chile

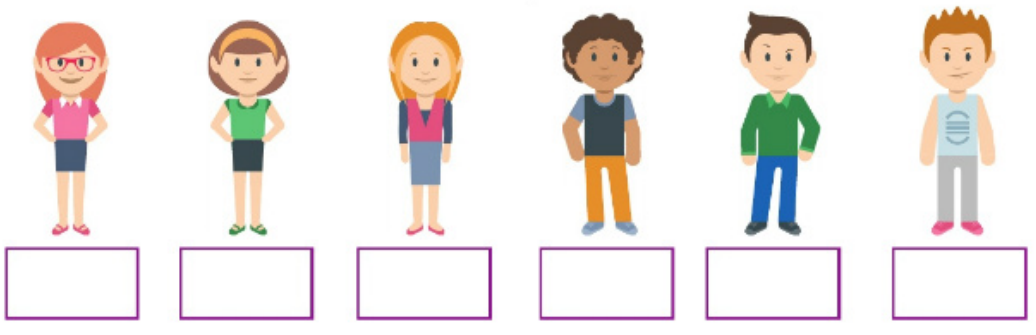
Ecuador

1°	Perú
2°	Chile
3°	Ecuador
4°	Colombia

Ejemplo 1

En base a los siguientes datos escribe los nombres de las niñas y de los niños.

- Andrea está situada adyacente a Miguel y a Emma.
- Iván no lleva pantalón azul.
- También están Vicente y Celia.



Resolviendo:

Paso 1:

"Andrea está adyacente a Miguel y a Emma": recuerda que la palabra adyacente es "junto a".

	Emma	Andrea	Miguel		

Paso 2: "Iván no lleva pantalón azul".

	Emma	Andrea	Miguel		Iván

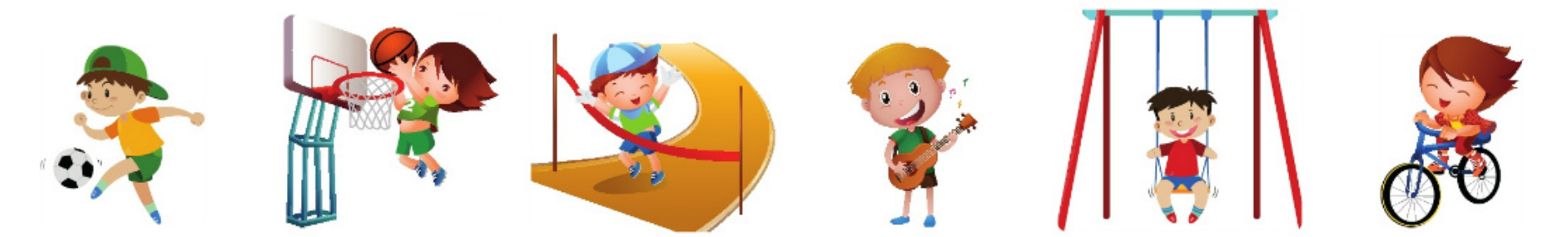
Paso 3: Completamos con Vicente y Celia.

Celia	Emma	Andrea	Miguel	Vicente	Iván

Ejemplo 2

Teniendo en cuenta las siguientes informaciones, **coloca**, debajo de cada niño, la etiqueta con su nombre.

- Diego y Andrés practican deportes sin balón.
- Alberto y Carlos practican deportes con balón.
- Andrés no monta en bici.
- David no toca la guitarra.
- Carlos y César no practican el fútbol.

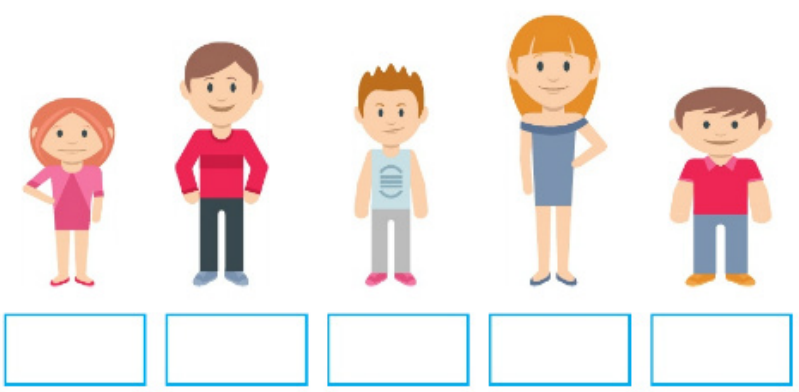


Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 Escribe los nombres de las niñas y los niños en base a los siguientes datos:

- Luis es más alto que Sonia, pero más bajo que Juan.
- Elena es más alta que Juan.
- Daniel es hermano de Elena.



2 Rosario es más alta que Lucero, y Milagros es más alta que Rosario. ¿Cuál es el orden de menor a mayor, según la estatura?

GENIO MATIC

3 En una banca se sientan cinco personas: Raúl, Víctor, Ramiro, Daniel y José. Si se sabe que:

- Raúl y Daniel se sientan a los extremos.
- Ramiro está entre Víctor y José.
- Víctor está junto y a la izquierda de Daniel.

¿Quién está junto y a la derecha de Raúl?

4 En una evaluación, Rocío obtuvo menos puntos que Sofía, Evelyn menos puntos que Rocío y Kelly más que Ruth. Si Ruth obtuvo más puntos que Sofía, ¿quién obtuvo el puntaje más alto?

5 Cuatro amigas viven en la misma calle. Además:

- Sandra vive a la izquierda de Diana.
- La casa de Sandra queda junto a la de Diana y a la derecha de la de Carla.
- Carla vive a la derecha de Jéssica.

¿Quién vive a la izquierda de las demás?

Nivel intermedio

6 Cuatro amigas van al cine y se sientan en una sola fila.

- Carmen y Gabriela no se sientan al lado de Juana.
- Carmen se sienta adyacente a Adela y Gabriela.

¿Cuántos ordenamientos son posibles?

7 En la clasificación final de un torneo ecuestre, María quedó primera, Jessica quedó en algún lugar delante de Pilar, y Cecilia lo hizo inmediatamente después de Sandra. Si Pilar quedó quinta y Jessica no quedó en cuarto lugar, ¿quién quedó en segundo lugar?

8 Cuatro amigos se sientan en una banca y se sabe lo siguiente:

- Cirilo se sienta adyacente a Aldo y a Gabriel.
- Cirilo y Gabriel no se sientan al lado de Juan.

¿Cuántos ordenamientos son posibles?

9 En una carrera participaron los autos de color azul, rojo, amarillo, blanco y negro. Debes determinar el orden de llegada con los siguientes datos

- El auto blanco no ganó pero tampoco llegó último.
- El auto negro llegó inmediatamente después del rojo.
- El auto azul llegó detrás del negro y el amarillo delante del blanco.

11 En cada piso de un edificio viven 5 hermanos. Adrián y Donato viven separados por un piso. Bruno y Ciro viven en pisos adyacentes. Bruno vive en el piso superior de Donato. ¿Quién vive en el cuarto piso y quién, en el primero?

Nivel avanzado

10 Se deben realizar cinco actividades: "A", "B", "C", "D" y "E", una por día, desde el lunes hasta el viernes.

- "B" se realiza después de "D".
- "C" se realiza dos días después de "A".
- "D" se realiza el jueves o el viernes.

¿Qué actividad se realiza el martes?

12 De un plano vial se sabe que: la carretera "A" mide 20 km más que la carretera "D", la carretera "C" mide 30 km menos que la "E", ésta mide 40 km más que la carretera "A" y la carretera "B" mide 10 km menos que la "C". ¿Cuáles son las carreteras que tienen igual longitud?

Tarea

1 En una evaluación, Alma obtuvo menos puntos que Sonia, Elvira menos puntos que Alma y Rosa más que Rita. Si Rita obtuvo más puntos que Sofía, ¿quién obtuvo el puntaje más alto?

2 En una competencia para Miss Primavera, las participantes se pesaron y se determinó que Mariela pesa 4 kg menos que Sofía, Vanessa pesa 3 kg más que Sofía, Roxana pesa 2 kg menos que Paola y ésta pesa 1 kg menos que Mariela. ¿Quién es la señorita que pesa menos?

3 En un edificio de cuatro pisos viven cuatro hermanos. Arturo vive en el primer piso, Mario vive más abajo que Jorge, y Willy un piso más arriba que Mario. ¿En qué piso vive Willy?

4 En una carrera intervienen siete participantes. Los jueces han determinado que no hubo empate y se sabe que:

- López llegó un puesto detrás de Martínez.
- Narváez llegó dos puestos detrás de Ortiz.
- Martínez llegó cinco puestos delante de Pérez.
- Pérez llegó un puesto delante de Quiroz.

¿En qué puesto llegó Ramírez?

Regla de conjunta

Multiplicación miembro a miembro de igualdades

Antes de la invención del dinero, el intercambio comercial se realizaba mediante el trueque.

En el pueblo de Beatriz aún se practica el trueque. Su mamá intercambió una olla de barro con 10 huevos. Beatriz averiguó que 8 huevos pesan un kilogramo y cuestan 4 soles.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

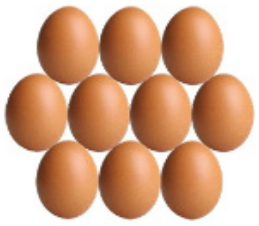
¿Cuánto cuesta la olla de barro en soles?

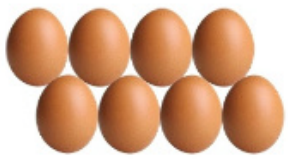
Dos cosas distintas pueden tener algún atributo común, por lo que se dice que son equivalentes. Por ejemplo, 2 manzanas pueden costar tanto como 3 peras, entonces decimos que, en precio, 2 manzanas equivalen a 3 peras y podemos escribir así:

2 manzanas = 3 peras

En este capítulo vamos a resolver diversos problemas de equivalencia mediante una estrategia llamada **Regla de Conjunta.**

Resolviendo: (Problema introductorio)

<>  1 Olla = 10 Huevos (1)

 < > 8 Huevos = 4 soles (2)

(1)×(2) miembro a miembro:

$$1\,O \times \cancel{8}\,H = 10\,\cancel{H} \times 4\,S$$

$$\cancel{8}^{1}\,O = \cancel{40}^{5}\,S$$

$$1\,O = 5\,S$$

∴ Una olla de barro cuesta 5 soles.

Ten en cuenta

- Dos o más igualdades se pueden multiplicar miembro a miembro:

$$\begin{aligned} A &= B \\ C &= D \\ E &= F \\ \hline ACE &= BDF \end{aligned}$$

- Si el mismo factor figura en ambos miembros de una igualdad, se lo puede simplificar:

$$\begin{aligned} AXYZ &= BYZX \\ A &= B \end{aligned}$$

- La regla de conjunta consiste en establecer sucesivas igualdades sin que se repita una variable en el mismo miembro. Luego, para hallar la incógnita, se multiplican las igualdades miembro a miembro.

Ejemplo 1

Si 3 melocotones equivalen a 2 mangos y 1 mango equivale a 2 naranjas, ¿cuántas naranjas recibiré por 6 melocotones?

Resolviendo:

Se tiene : 3 melocotones = 2 mangos
1 mango = 2 naranjas
Nos piden: x naranjas = 6 melocotones

Multiplicamos: $3 \cdot 1 \cdot x = 2 \cdot 2 \cdot 6$

$\therefore \ x = 8$

Significa que por 6 melocotones recibiré 8 naranjas.

Ejemplo 2

Un carnero cuesta 20 soles o equivale a 3 gallinas y por una gallina te dan 50 huevos. ¿Cuántos huevos te dan por 6 soles?

Resolviendo:

Datos: 20 soles = 1 carnero
1 carnero = 3 gallinas
1 gallina = 50 huevos
lo que piden: x huevos = 6 soles

$20 \cdot 1 \cdot 1 \cdot x = 1 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 6$

$\therefore \ x = 45$

Por 6 soles me dan 45 huevos.

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 Si se sabe que 6 manzanas cuestan lo mismo que 8 plátanos y que 4 plátanos cuestan 2 nuevos soles, ¿cuánto costarán 12 manzanas?

2 En un trueque, por un cuadrado se reciben 4 círculos y por 6 círculos se reciben 3 triángulos. ¿Cuántos cuadrados se reciben por 24 triángulos?

3 En la avícola Doña Pancha, por tres patos dan 2 pollos; por 4 pollos dan 3 gallinas; por 12 gallinas dan 8 monos. Si 5 monos cuestan 750 nuevos soles, ¿cuánto cuestan 5 patos?

4 En un mercado, 4 naranjas cuestan lo mismo que 15 plátanos, 10 plátanos lo mismo que 3 manzanas, 18 manzanas lo mismo que una papaya. ¿Cuántas naranjas cuestan lo mismo que 3 papayas?

5 En una feria, 8 manzanas cuestan lo mismo que 10 duraznos, 16 duraznos lo mismo que 2 piñas, y 4 sandías lo mismo que 3 piñas. ¿Cuántas manzanas cuestan lo mismo que 15 sandías?

Nivel intermedio

6 Si por una gaseosa me dan 3 bizcochos y por un bizcocho, 2 panes francés, ¿cuántas gaseosas recibo por 24 panes?

7 Sabiendo que 3 metros de casimir cuestan lo mismo que 15 metros de franela y que 10 metros de franela cuestan S/. 24, ¿cuánto cuestan 5 metros de casimir?

8 En el pueblo de BANGU todavía existe el trueque. Si por 16 gallinas dan 2 pavos, por cada 5 pavos dan 2 carneros y por cada 5 carneros 1 vaca, ¿cuántas gallinas darán por 5 vacas?

9 Un toro cuesta igual que 3 caballos y 5 caballos cuestan igual que 2 vacas y 4 vacas cuestan S/. 10 000. ¿Cuánto costarán 3 toros?

10 En el restaurante "El Buen Tenedor" 1 cebiche cuesta como dos sopas de chilcano, 3 sopas de chilcano como una jalea, 2 jaleas como 3 sudados y un sudado vale S/. 30. ¿Cuánto cuesta 1 cebiche?

Nivel avanzado

11 Una papaya cuesta lo mismo que 4 manzanas, 3 manzanas lo que valen 5 mandarinas, 4 mandarinas lo mismo que 15 uvas y 10 uvas valen S/.1. ¿Cuánto cuesta media docena de papayas?

12 El trabajo de cuántos hombres equivale al trabajo de 12 niños si el trabajo de 4 niños equivale al trabajo de 5 niñas y el de 3 niñas al de 2 mujeres y el de 2 mujeres al de un hombre.

13 Sabiendo que 6 kg de carne cuestan lo mismo que 9 kg de pollo, que 4 kg de fideo cuestan lo mismo que 5 kg de azúcar, que 5 kg de pollo cuestan lo mismo que 12 kg de fideo y que 6 kg de azúcar cuestan S/. 15, ¿cuánto cuestan 4 kg de carne?

14 Una botella de vino vale lo mismo que 6 botellas de cerveza, 5 botellas de cerveza valen como 4 botellas de pisco. Si la botella de pisco cuesta S/. 15, ¿cuánto cuesta una botella de vino y una de cerveza?

Tarea

1 Por una docena de huevos pago S/. 15, y cada decena de huevos equivalen a 9 panes. ¿Cuánto se pagará por 36 panes?

2 Si 3 saltos de un perro equivalen a 5 saltos de conejo y 4 saltos de conejo equivalen a 3 saltos de un gato, ¿cuántos saltos de perro equivalen a 10 saltos de gato?

3 Una regla cuesta tanto como 2 lapiceros, 3 lapiceros tanto como 10 colores y una docena de colores cuesta S/. 15. ¿Cuánto valen 3 reglas?

4 Si por 4 chocolates me dan 6 caramelos, por 9 caramelos, 8 galletas y por S/. 3, 2 galletas, ¿cuánto vale un chocolate?

Método de las operaciones inversas

Cuatro operaciones fundamentales y potenciación

Fue cumpleaños de Nátaly. Ese día tuvo propinas. La propina de la tía Sol duplicó lo que tenía Nátaly; más tarde el tío Iván le dio 15 soles.

En plena fiesta, el hermano le pidió 12 soles y Nátaly no se negó. Finalmente llegó el padrino, quien le triplicó lo que tenía hasta ese momento y Nátaly resultó con 81 soles.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

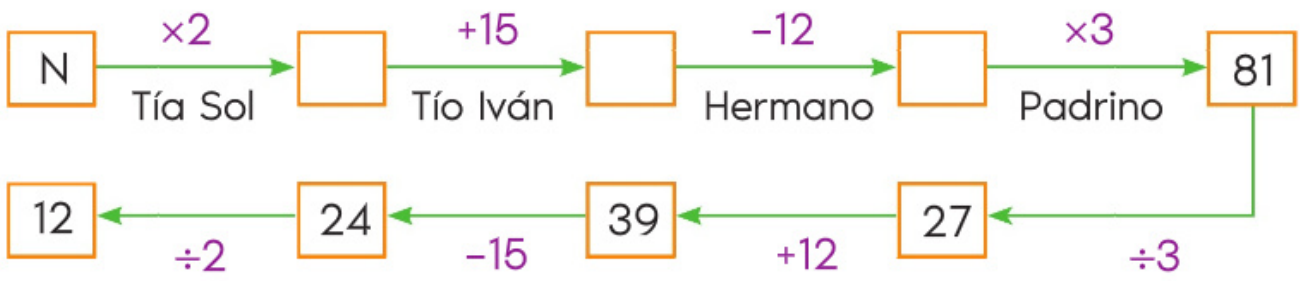
¿Cuánto tenía al principio Nátaly? _____

La Regla de las operaciones inversas se denomina también **Método del cangrejo.**

Es una estrategia que se aplica para situaciones en las que con un número se han realizado diversas operaciones cuyo resultado se conoce. La estrategia consiste en realizar, con dicho resultado, las operaciones inversas a las realizadas y en orden inverso al que fueron efectuadas.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Vamos a designar con N el dinero que Nátaly tenía al principio:



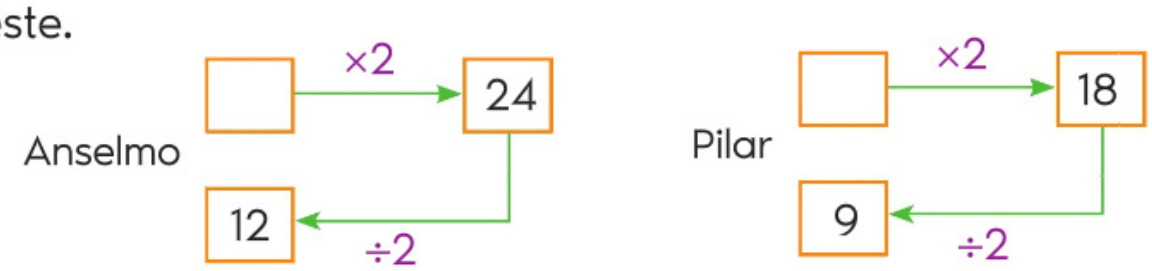
∴ Al principio Nátaly tenía 12 soles.

Ejemplo 1

Para que Anselmo y su hermana Pilar se vayan al cine, su papá les da a cada uno tantos soles como tienen. Anselmo resultó con 24 soles y Pilar, con 18 soles. ¿Cuánto tenía cada uno al principio?

Resolviendo:

Cuando el padre le da tanto como tiene un hijo, duplica el dinero de éste.



∴ Anselmo tenía 12 soles y Pilar, 9 soles.

Ten en cuenta

¿QUÉ ES UNA OPERACIÓN INVERSA?

La adición tiene su operación inversa, la sustracción.

La operación inversa de la multiplicación es la división y la de la potenciación, la radicación.

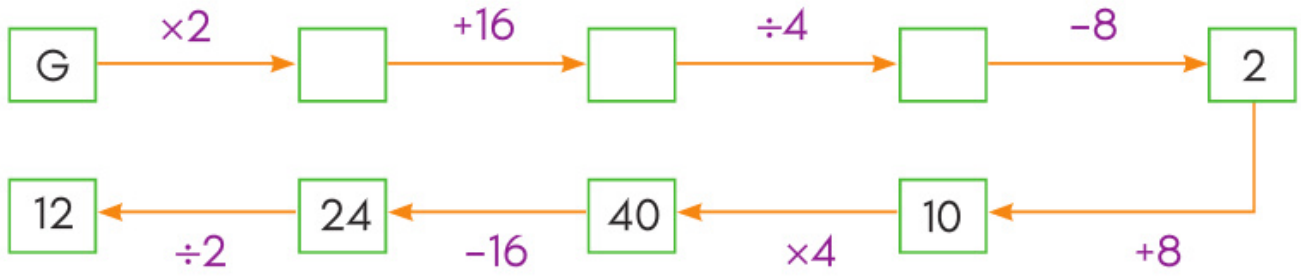
Operación Directa	Operación Inversa
Adición (+)	Sustracción (−)
Multiplicación (×)	División (÷)
Potenciación	Radicación
Elevar al cuadrado	Sacar raíz cuadrada
Elevar al cubo	Sacar raíz cúbica

Ejemplo 2

A Guisela le preguntaron por su edad y ella respondió: Si duplican mi edad, luego le suman 16, al resultado lo dividen entre 4 y finalmente le restan 8, obtendrán 2. ¿Qué edad tiene Guisela?

Resolviendo:

Sea G la edad de Guisela:



∴ Guisela tiene 12 años.

Nivel básico

1 Apenas abrieron la cochera en la mañana, entraron 20 coches, en la siguiente hora se retiraron 12; en ese momento el guardián contó los coches y comprobó que había 29. ¿Cuántos coches habían amanecido en la cochera?

2 Héctor y Raúl jugaron a las apuestas y resultaron con 28 soles y 36 soles, respectivamente. Héctor dijo que había duplicado el dinero que llevó y Raúl dijo que lo había triplicado. ¿Cuánto tenían al principio entre los dos?

3 Para practicar las operaciones matemáticas, Sandro eligió un número y lo multiplicó por 3, le sumó 21, enseguida lo dividió entre 3 y al resultado le restó 12, obteniendo 28. ¿Qué número eligió?

4 Antonio y Rita recibieron la propina de sus respectivos padres. Cada uno recibió tanto como tenían en ese momento. Antonio gastó 8 soles y le quedaron 10. Rita gastó 14 soles y le quedaron 4 soles. ¿Cuánto tenían cada uno antes de recibir la propina?

5 Un comerciante de sandías vendió su mercadería en 3 horas. En la primera hora vendió la mitad y 4 sandías más, en la segunda hora la mitad de lo que le quedaba y en la tercera hora, las 47 restantes. ¿Cuántas sandías vendió?

Nivel intermedio

6 A un número se le multiplica por 4, al resultado se le disminuye 2, al resultado se le divide entre 5, obteniendo finalmente 10. **Halla** el número inicial.

7 Con cierto número efectuamos las siguientes operaciones: Lo multiplicamos por 3, luego le disminuimos 5, a continuación le agregamos 8, en seguida lo dividimos entre 20 para finalmente disminuirle 3, obteniendo 9. ¿Cuál es el número?

8 A una cierta cantidad se le suma 6 y al resultado se le divide entre 3, luego se multiplica por 4 para finalmente quitarle 5 y obtener 35. **Halla** la suma de cifras del número inicial.

9 A mi edad lo multiplico por 2, le resto 4, a todo eso lo divido entre 6, luego le agrego 8 y obtengo 14. ¿Cuál es mi edad?

10 A mi edad lo multiplico por 2, le resto 2, a todo esto lo divido entre 2, luego le agrego 2, le extraigo la raíz cuadrada y obtengo 4 años. ¿Cuál es mi edad?

Nivel avanzado

11 Con un cierto número se realizan las siguientes operaciones: Lo multiplicamos por 2, luego le agregamos 4, a continuación le disminuimos 8, en seguida lo dividimos entre 2 para finalmente disminuirle 1, obteniendo cero. ¿Cuál es el número?

12 Un número se divide entre 2, el resultado se eleva al cuadrado, luego se le divide entre 4, obteniéndose 25. ¿Cuál es el número?

13 Una persona gastó en un restaurante la mitad de lo que tenía y dejó 3 soles de propina. Luego ingresó a una heladería, gastó la mitad de lo que aún le quedaba y dejó 3 soles de propina, quedándose sin dinero. ¿Cuánto tenía inicialmente?

14 Cierto recipiente lleno de agua se agota en 3 días porque cada día se extrae la mitad de su volumen más 4 litros. ¿Cuál es el volumen del recipiente?

Tarea

1 A una cierta cantidad se le suma 6, al resultado se le divide entre 2 y a este valor se resta 12, obteniendo finalmente 3. Hallar la cantidad inicial.

2 A mi edad le sumo 3, luego lo multiplico por 2 y obtengo 24. ¿Cuántos años me faltan para cumplir los 18 años?

3 Si a mi edad la multiplico por 2, le saco la raíz cuadrada, le agrego 6 y finalmente lo divido entre 2, me da 5 años. ¿Cuál es mi edad?

4 En una canasta tengo huevos. La mitad del total más un huevo los frío, con la mitad del resto más un huevo hago tortillas y la mitad del nuevo resto más un huevo los coloco en agua para sancocharlos y no me quedan huevos. ¿Cuántos huevos tenía inicialmente?

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Cuatro amigos se ubican en fila para una fotografía. Aníbal está entre Diego y Fabiola. Teresa está junto y a la derecha de Fabiola.

¿Quién está en el extremo izquierdo?

A) Aníbal B) Teresa
C) Fabiola D) Diego

2 Cuatro amigos van al cine y se sientan en una sola fila.

- Camucha y Gabriela no se sientan al lado de Juana.
- Camucha se sienta adyacente a Adela y a Gabriela.

¿Cuántos ordenamientos son posibles?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

3 En cada uno de los cuatro pisos de un edificio vive una persona.

- Diego vive un piso más arriba que Gabriel.
- Beto habita más arriba que Ignacio.
- Diego vive más abajo que Ignacio.
- ¿En qué piso vive Beto?

A) Primero B) Cuarto
C) Tercero D) Segundo

4 En una mesa circular, se sientan cuatro personas: Raúl, Juan, Roberto y Alonso. Se sabe que:

- Frente a Raúl está Roberto.
- Alonso no está a la derecha de Roberto.

¿Quién está a la izquierda de Raúl?

A) Roberto B) Juan
C) Alonso D) Falta información

5 Cuatro amigos: Jorge, Percy, César y Robin se reúnen para jugar a las cartas alrededor de una mesa circular y se sabe que:

- Jorge se ubica al frente de Robin
- Percy está a la derecha de Jorge.

¿Quién se sienta frente a César?

A) Jorge B) Robin
C) Percy D) Falta información

6 ¿Cuál es el número que al multiplicarlo por 6, sumarle 18 y dividir la suma entre 3, resulta 24?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

7 A un cierto número lo multiplicamos por 12, al resultado le añadimos 16 y a dicha suma la dividimos entre 5, obteniendo finalmente 20. ¿Cuál es el número?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

8 Si a un cierto número lo multiplicamos por 9, al resultado le añadimos 12 y a dicha suma la dividimos entre 5, obtenemos 6. ¿Cuál es el número?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

9 Si a la edad de Elisa le restamos 13, al resultado lo dividimos entre 5, a este nuevo resultado lo elevamos al cuadrado, a este último resultado le sumamos 6, obtenemos, finalmente 22. ¿Cuántos años tiene Elisa?

A) 7 años B) 14 años
C) 8 años D) 33 años

10 En una librería, 5 lapiceros cuestan tanto como 8 plumones, 3 plumones tanto como 10 borradores. ¿Cuántos lapiceros cuestan tanto como 32 borradores?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

11 Diez panes cuestan igual que 6 chocolates, 3 pasteles cuestan lo mismo que 12 chocolates, 7 pasteles cuestan igual que 32 caramelos. ¿Cuántos panes cuestan tanto como 24 caramelos?

A) 30 B) 35 C) 36 D) 21

12 Diana es más alta que Raúl y Pedro es más alto que Diana. ¿Cuál es el orden de mayor a menor, según la estatura?

13 Magaly, Gissell, Paola y Vanessa se sientan alrededor de una mesa circular con cuatro asientos, distribuidos simétricamente. Con las siguientes pistas determina quién está sentada a la izquierda de Paola:

- Gissell está sentada frente a Vanessa.
- Magaly está a la derecha de Vanessa.

14 Seis amigos: Abel, Benito, Caín, Dalila, Eva y Francisco se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos distribuidos simétricamente. Se sabe que:

- Abel se sienta frente a Benito.
- Caín esta junto y a la izquierda de Abel.
- Dalila no está frente a Caín ni frente a Eva, pero sí frenta a Francisco.
- Francisco está junto y a la izquierda de Benito.

¿Quién se sienta frente a Caín?

15 En un edificio de cinco pisos viven: José, Miguel, Guillermo, Lucho y Roberto; cada uno ocupando un piso:

- Roberto vive arriba de Miguel.
- A José le separan tres pisos de Guillermo.
- Guillermo no puede subir los escalones.
- Lucho vive debajo de Miguel.

¿Quién vive en el cuarto piso?

16 Si a la edad de mi abuelito la multiplicas por 6, luego la divides por 10, y el cociente lo multiplicas por 4, añadiendo enseguida 42, obtendrás 162. ¿Cuál es la edad de mi abuelito?

17 Manuel le dice a Sara: Si quieres saber mi edad, realiza las operaciones siguientes: multiplica mi edad por 2, a ese resultado réstale 2, a este nuevo resultado divídelo entre 2, al cociente hallado agrégale 2 y obtendrás como resultado final 25. ¿Cuál es mi edad?

18 El profesor dará un premio a los alumnos que resuelvan el siguiente ejercicio: Si a cierto número le aumentamos 5, al resultado lo multiplicamos por 2, luego le disminuimos 6 y, finalmente, lo dividimos entre 5, obtenemos 4. ¿Cuál es el doble del número?

19 Genaro gasta cada día la mitad de lo que tiene más S/. 20. Si gastó todo en 4 días, ¿cuánto gastó el segundo día?

20 Rosa y Rodolfo juegan a las cartas con la condición de que el que pierde tiene que duplicar el dinero del otro. Si cada uno pierde una partida en el orden en que han sido nombrados y ambos se quedan con 40 soles cada uno, ¿con cuánto empezaron a jugar?

21 Matilde y Rocío juegan a las cartas. La perdedora de cada juego duplica el dinero de la otra. El primer juego lo perdió Matilde y el segundo juego lo perdió Rocío. ¿Cuánto tenía Matilde, al comienzo del juego, si las dos terminaron con 80 soles cada una?

22 En el mundo de los matemáticos, 5 cuadrados se pueden cambiar por 6 círculos y 8 círculos por 3 triángulos. ¿Cuántos cuadrados se cambian por 18 triángulos?

23 En la avícola Doña Pepa, dos patos cuestan tanto como 5 pollos; 4 pollos tanto como 3 gallinas; 12 gallinas cuestan lo mismo que 5 pavos. Si 3 pavos cuestan 240 soles, ¿cuánto cuestan 8 patos?

24 En un mercado de futas, 6 naranjas cuestan lo mismo que 15 plátanos, 10 plátanos lo mismo que 4 manzanas, 18 manzanas lo mismo que 2 papayas. ¿Cuántas naranjas cuestan lo mismo que 3 papayas?

25 En una feria venden 8 plátanos al mismo precio que 6 duraznos, 4 duraznos por lo mismo que 10 nísperos y una docena de nísperos por el mismo precio que 2 piñas. Si 10 piñas cuestan S/. 32, ¿cuánto cuesta cada plátano?

Autoevaluación

1 Ángela pregunta a la señora María, cuál de sus tres hijos es el más alto y ella le responde así:

- Juan es más alto que Andrés.
- Jacinto es menos alto que Juan.
- Andrés no es más alto ni tan alto que Jacinto.

¿Quién es el más alto?

2 En cada uno de los cuatro pisos de un edificio vive una familia:

- La familia Martínez vive un piso más arriba que la familia Gonzales.
- La familia Dávila vive más arriba que la familia Praga.
- La familia Martínez vive más abajo que los Praga.

¿En qué piso vive la familia Martínez?

3 Margot, Laura, Bruno, Kiara, Fernando y Estrella se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos distribuidos simétricamente. Se sabe que:

- Laura se sienta junto a Bruno y a la izquierda de éste.
- Fernando se sienta frente a Laura.
- Kiara se sienta al lado de Estrella y Fernando.

¿Quién se sienta frente a Margot?

4 Si los soles que tengo los divido entre 2, al resultado le sumo 6 y a este nuevo resultado lo divido entre 9, obtengo 4. ¿Cuánto dinero tengo?

5 Arturo perdió todo su dinero en 3 apuestas. En cada apuesta perdió la mitad de lo que tenía en ese momento y 10 soles más. ¿Con cuánto empezó a apostar?

6 En una región ganadera se pueden intercambiar 3 toros por 5 vacas, 3 vacas por 5 burros, 2 burros por 5 caballos y 5 caballos por 18 ovejas. ¿Cuántos toros se pueden intercambiar por 25 ovejas?

Cuatro operaciones básicas

Falsa suposición

Los Rodríguez visitaron el establo del abuelo. Apenas llegaron los nietos Rodrigo y Adriana fueron al corral, donde encontraron conejos y gallinas.

Rodrigo contó las cabezas y obtuvo 12, mientras que Adriana contó las patas y obtuvo 30.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

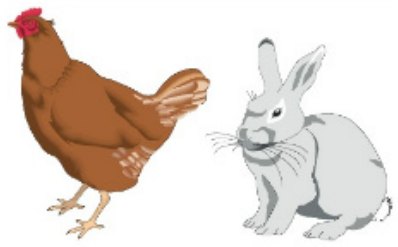
¿Cuántos conejos y cuántas gallinas había en el corral?

Conejos ☐ Gallinas ☐

La falsa suposición consiste en calcular dos cantidades cuya suma se conoce, además de conocer el valor por unidad y el valor total.

La estrategia consiste en suponer que de ambas cantidades solo hay una. Esta suposición conduce a un error cuya corrección da la solución.

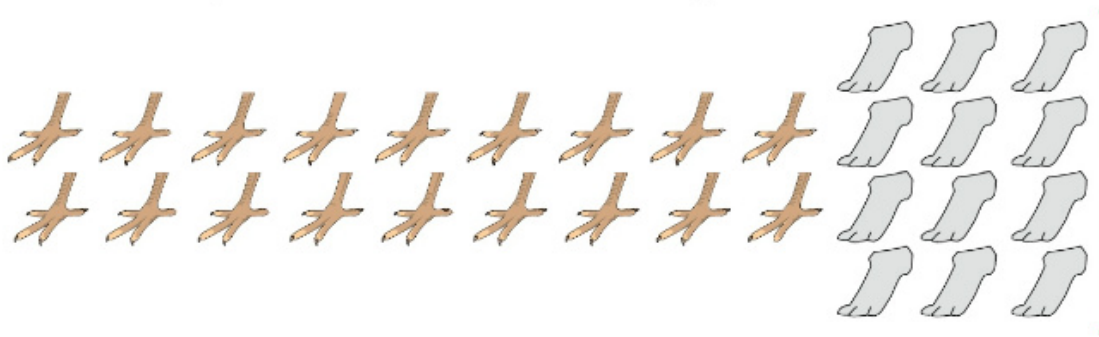
Resolviendo: (Problema introductorio)



- Doce cabezas significan 12 animales entre gallinas y conejos.
- Vamos a suponer que los 12 animales son gallinas.
  Como cada gallina tiene 2 patas habría solo 12×2 = 24 patas.

24 patas

- Pero hay 30 patas, o sea, 30 – 24 = 6 patas de más, que resultan de los conejos considerados como gallinas.



30 patas

- Por cada conejo hay 2 patas de más, como son 6 patas de más, entonces hay 6÷2 = 3 conejos.
- De los 12 animales, 3 son conejos, entonces hay 12 – 3 = 9 gallinas.

∴ Hay 9 gallinas y 3 conejos.

Ten en cuenta

¿Cuántas patas tienen los animales?

El número de patas siempre es un número par:

0; 2; 4; 6; 8; ...

- El gusano tiene 0 patas.

- Las aves tienen dos patas:

- El chancho, el perro y el gato y la vaca tienen 4 patas:

- La mosca tiene 6 patas.

- La araña tiene 8 patas.

- La tarántula tiene 10 patas.

Razonamiento Matemático

Ejemplo 1

En un garaje hay 15 vehículos, entre motos y triciclos. Al contar las llantas resultan 39. ¿Cuántos de los vehículos son motos?

Resolviendo:

- Si todos fueran motos habría 15×2 = 30 llantas. Pero hay 9 de más.
- Por cada triciclo hay una llanta de más, entonces hay 9 triciclos.
- De los 15 vehículos, 9 son triciclos, entonces 15 – 9 = 6 son motos.

Ejemplo 2

Tengo 45 soles en 12 monedas de S/. 2 y S/. 5. ¿Cuántas monedas de cada nominación tengo?

Resolviendo:

- Si todas fueran monedas de S/. 2 habría 12×2 = 24 soles. Pero hay 45 – 24 = 21 soles de más.
- Por cada moneda de S/. 5 hay 3 soles de más. Entonces hay 21÷3 = 7 monedas de S/. 5.
- 12 – 7 = 5 monedas de S/. 2.

Nivel básico

1 Con 22 soles, Carolina compró 9 helados de 2 y de 3 soles. ¿Cuántos compró de cada precio?

2 En un corral de 20 animales, donde hay solo conejos y pollos, se contaron un total de 70 patas. ¿Cuántos conejos hay?

3 En un taller de mecánica se cuentan 16 vehículos, entre autos y motos. Si en total se contaron 48 llantas, ¿cuántas motos hay?

4 En un estacionamiento se cuentan 27 vehículos, entre bicicletas y triciclos. Si se cuentan 62 ruedas en total, ¿cuántos triciclos hay?

5 Juanito ha dibujado 18 figuras, entre triángulos y pentágonos. Cuando el profesor le pidió que contara el número de lados de todas las figuras encontró 66. ¿Cuántos triángulos dibujó?

Nivel intermedio

6 En un corral hay 12 animales, entre conejos y pavos. Si en total hay 38 patas, ¿cuántos conejos hay?

7 La mecánica "TURBO" compra 64 llantas para colocarlas en motos y autos. Si en total hay 20 vehículos, ¿cuántas motos hay?

8 En una billetera hay 19 billetes que hacen un total de 500 soles. Si solo hay billetes de 50 y de 20 soles, ¿cuántos billetes de S/. 20 hay?

9 En un corral hay 21 animales, entre patos, gallinas y cuyes. ¿Cuántos cuyes hay si en total se cuentan 54 patas?

10 A la sala de cine ingresan 48 personas, entre niños y adultos. Si los adultos pagan S/. 5 y los niños S/. 3, ¿cuántos adultos más que niños hay, si en total se recaudó S/. 204?

GENIO MATIC

Nivel avanzado

11 Debo pagar S/. 135 con billetes de S/. 10 y S/. 5. ¿Cuántos billetes de S/. 10 poseo si en total tengo 24 billetes?

12 En el paradero hay 25 vehículos, entre coches y mototaxis. Si en total se cuentan 85 llantas, ¿cuántos coches hay?

13 Al teatro ingresan 450 personas, entre padres e hijos, recaudándose S/. 1 100. Si cada padre paga S/. 3 y cada hijo S/. 2, ¿cuántos padres ingresan?

14 En un grupo de carneros y gallinas, el número de patas es 86 y el número de ojos 50. ¿Cuántos carneros hay?

Tarea

1 En un corral se cuentan 30 cabezas y 100 patas. ¿Cuántos conejos se hallan en el corral, si el resto de animales son pollos?

2 Al regresar de cacería, un cazador le dice a su esposa: "Traigo en la camioneta 32 cabezas y 102 patas". ¿Cuántos conejos mas que gallinas trae el cazador?

3 En una billetera hay 24 billetes que hacen un total de S/. 560. Si solo hay billetes de S/. 50 y S/. 10, ¿cuántos hay de cada denominación?

4 En una feria se vendieron 46 artículos, entre helados y canchitas, recaudando 102 soles. ¿Cuántos helados y cuántas canchitas se vendieron si el helado cuesta S/. 3 y la canchita S/.1?

Tabla de decisiones

Ninguno

Los miembros del club de fans de un grupo musical publican en las redes sociales diversas informaciones sobre las edades de los 3 integrantes del grupo.

- Tienen 21; 24 y 26 años.
- Kalí es mayor que Tirso.
- Nelson nació después de Tirso.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué edad tienen los integrantes del Grupo? Kalí ____ Tirso ____ Nelson ____

En este tema veremos una estrategia para ordenar informaciones utilizando una tabla de doble entrada. La estrategia consiste en disponer en una columna las personas y en la fila superior sus atributos.

La tabla sirve básicamente para descartar atributos.

Razonamiento Matemático

Resolviendo: (Problema introductorio)

1. Elaboramos la tabla:

	21	24	26
Kalí			
Tirso			
Nelson			

2. Usamos la información, no necesariamente en el orden en que nos proporcionan.

- Kalí es mayor que Tirso

⇒ Kalí no tiene 21 años por ser mayor, y Tirso no tiene 26 años por ser menor.

	21	24	26
Kalí	✗		
Tirso			✗
Nelson			

- Nelson nació después de Tirso ⇒ Tirso es mayor que Nelson pero menor que Kalí, entonces tiene 24 años.

	21	24	26
Kalí	✗		
Tirso	✗	✓	✗
Nelson			

3. Cuando descubrimos el atributo de una persona ponemos ✓. Los demás casilleros de la columna y de la fila que contienen ✓ las llenamos con ✗.

	21	24	26
Kalí	✗	✗	
Tirso	✗	✓	✗
Nelson		✗	

Para Kalí solo queda 26 años y para Nelson, 21.

	21	24	26
Kalí	✗	✗	✓
Tirso	✗	✓	✗
Nelson	✓	✗	

- Kalí: 26 años
- Tirso: 24 años
- Nelson: 21 años

Ejemplo 1

En una reunión se encuentran un carpintero, un escritor, un sastre y un albañil. De ellos se sabe que:

- Job y el carpintero están enojados con Vidal.
- Enzo y el sastre son familiares de Vidal.
- Hace años que Luis escribe libros de historia.

Descubre el oficio de cada uno.

Resolviendo:

1. Elaboramos la tabla y usamos la información, no necesariamente en el orden en que nos proporcionan.

• Hace años que Luis escribe libros de historia.

	Carp.	Escrit.	Sast.	Alba.
Job		✗		
Vidal		✗		
Enzo		✗		
Luis	✗	✓	✗	✗

• Job y el carpintero están enojados con Vidal.

⇒ Job ni Vidal son carpinteros.

	Carp.	Escrit.	Sast.	Alba.
Job	✗	✗		
Vidal	✗	✗		
Enzo		✗		
Luis	✗	✓	✗	✗

2. Se deduce que Enzo es carpintero.

	Carp.	Escrit.	Sast.	Alba.
Job	✗	✗		
Vidal	✗	✗		
Enzo	✓	✗	✗	✗
Luis	✗	✓	✗	✗

• Enzo y el sastre son familiares de Vidal.

⇒ Vidal no es sastre, es albañil; por consiguiente, Job es sastre.

	Carp.	Escrit.	Sast.	Alba.
Job	✗	✗	✓	✗
Vidal	✗	✗	✗	✓
Enzo	✓	✗	✗	✗
Luis	✗	✓	✗	✗

- Job es sastre
- Vidal es albañil
- Enzo es carpintero
- Luis es escritor

Nivel básico

1 Tres niños tienen como mascota a un perro, a un gato y a un loro y les han puesto como nombres: Lolita, Milkito y Kukín. Se sabe que Kukín no ladra y que Lolita maúlla. ¿Cuál es el nombre del loro?

2 Ernesto, Henry y Arturo son tres amigos y viven en distritos diferentes. Se sabe que:
- A Ernesto le gustaría vivir en Surco.
- Henry y el que vive en Miraflores juegan tenis todos los domingos.
- Arturo vive en Jesús María.

¿Quién vive en Surco?

3 Luis, Jorge y Lalo tienen una mascota cada uno: perro, gato y canario. Se sabe que:

Jorge le dice al que tiene el gato, que el otro tiene un perro. Lalo le dice al que tiene el perro, que debería vacunarlo contra la rabia. ¿Quién tiene el gato?

4 Manuel, Patricia y Jimmy son profesores de: R.M., Geometría y Aritmética, aunque no necesariamente en ese orden.

Si: • Jimmy enseña Geometría.
• Patricia no enseña Aritmética.

¿Qué curso enseña Manuel?

5 Cuatro amigos: Alex, Rommel, Edú y Gílder viven en cuatro distritos diferentes. Además se sabe que:

• Rommel no vive en Jesús María, pero Gílder vive en Pueblo Libre.
• Alex va a Jesús María a visitar a Edú.
• A Rommel le gustaría vivir en San Isidro.

¿Dónde vive Alex? ¿Quién vive en San Borja?

Nivel intermedio

6 Las edades de Benyi, Carlos y Erica suman 29 años, y Benyi no es el mas joven. Carlos es 14 años mayor que la más joven. Erica tiene 3 años. ¿Qué edad tiene Benyi?

7 André, Betsy, Carlos y Daniela, tus nuevos vecinos, se han mudado desde Huancayo, Trujillo, Tacna y Piura. Si sabes que:

• André vino de Tacna
• Daniela vino de Huancayo
• Betsy no vino de Trujillo

¿De qué provincia se mudó Carlos?

8 Nancy, Mery, Pedro y Karl recogen cada uno una fruta diferente. Nancy recoge manzanas, Mery no recoge ciruelas ni uvas, Karl recoge ciruelas. ¿Quién recoge uvas?

GENIO MATIC

9 Los 4 hijos del profesor Martín saben qué quieren ser cuando crezcan. Max quiere ser profesor, Jhon no quiere curar a los niños, Carlos ni Ana quieren ser actores de cine. Carlos tampoco quiere ser ingeniero. ¿Quién quiere ser médico?

Nivel avanzado

10 Tres amigos estudiaron en la UNI: uno estudió Física, otro Arquitectura y el tercero Ingeniería Civil. Cada uno de ellos tiene un hijo, que ha decidido que cuando ingrese a la Universidad no seguirá la carrera de su padre, sino la carrera de uno de los amigos de su padre.

Sabiendo que el ingeniero se llama Luis y que el hijo de Juan quiere ser Arquitecto, ¿qué profesión tiene Juan y a qué quiere dedicarse el hijo de Rogelio?

11 Un estudiante, un obrero y un empleado comentan que cada uno de ellos fuma una marca distinta de cigarrillos:

- Yo fumo Ducal, le dice Pedro a Juan
- Manuel comenta: el cigarrillo que no da dolor de cabeza cuando se estudia es Norton.

El empleado dice: yo siempre le invito cigarrillos Wiston a mi secretaria: ¿Cómo se llama el obrero?

12 Ana, Betsy y Cecilia tienen, cada una, una mascota diferente:

- El gato y el perro tienen la misma edad.
- Betsy le dice a la dueña del perro que la otra amiga tiene un conejo.
- Cecilia le dice a la dueña del perro que lo cuide, pues lo vio siguiendo al conejo.

¿Qué mascota tiene Ana?

13 Dayana, Érica y Fabiola viven en distritos diferentes: S.J.L. , Breña y Comas, no necesariamente en ese orden:

- Dayana y la que vive en SJL siempre van de compras.
- Fabiola es la menor de todas.
- A Érica le gustaría vivir en Comas.
- La que vive en SJL no es mayor que sus otras dos amigas.

¿En qué distrito vive Dayana?

14 Rodrigo, Luis y Dante conversan luego de haber participado en una carreta de autos y ocupar los tres primeros puestos:

- Rodrigo le dice al del auto azul que en la próxima competencia volverá a recibir la copa.
- Luis quien condujo el auto verde, le da un abrazo al del auto rojo por su triunfo.

Dante llegó detrás del auto verde. ¿En qué lugar llegó Luis?

Tarea

1 Abel, Benjamín y Carlos tienen autos de diferentes colores; azul, verde y negro. Si se sabe que Carlos conversa con el dueño del auto, y que Abel es amigo del dueño del auto azul, ¿quién es dueño del auto negro, si no es Abel?

2 Se sabe que las profesiones de Carolina, Sara, Pilar y Diana son: enfermera, profesora, contadora y secretaria, no necesariamente en ese orden. Además se sabe que:

- Carolina está casada con el hermano de la profesora.
- Sara y la secretaria van a trabajar en la movilidad de la profesora.
- Las solteras Pilar y la enfermera son hijas únicas.
- Sara y Diana son amigas de la contadora, quien está de novia. ¿Quién es la contadora?

3 José, Daniel, Merlín y Ernesto tienen diferentes profesiones: Administrador, contador, abogado y economista, pero no en ese orden. Se sabe que:

- Daniel, el abogado, y el economista juegan básquet.
- José, el economista, y el administrador juegan ajedrez.
- Merlín y el administrador son buenos amigos.
- El contador no juega básquet.

¿Qué profesión tiene Daniel

4 Tres amigos se reúnen a tomar una gaseosa. Beto no es Contreras, Salas trabaja como mecánico, el ingeniero se llama Carlos. El dentista no es Martínez, y uno de ellos se llama Alfonso. ¿Quién es Contreras?¿Qué profesión tiene?

Resolución de ecuaciones

Planteo de ecuaciones

Un ingeniero está a cargo de dos obras: un puente y un reservorio.

Para ambas obras cuenta con 63 trabajadores y sabe que en la obra del puente debe haber doble número de trabajadores que en la de reservorio.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos trabajadores tiene en cada obra?

_____

Una ecuación es una igualdad algebraica donde una letra (o más), llamada incógnita, esconde un número, el cual se encuentra resolviéndola.

Plantear una ecuación es expresar en forma de igualdad un problema que está expresado verbalmente.

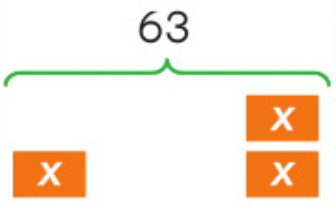
Resolviendo: (Problema introductorio)

1. Leemos el enunciado y elegimos qué va representar la incógnita:
   Sea x el número de trabajadores en la obra del reservorio.

2. Tratamos de comprender el problema imaginando el proceso o fenómeno. En lo posible representamos en un esquema lo que hemos comprendido.

Reservorio

Puente



3. Planteamos la ecuación y resolvemos:

$$x + 2x = 63$$
$$3x = 63$$
$$x = 21$$

Reservorio: 21

Puente: 2(21) = 42

4. Verificamos la solución:

Reservorio: 21 +
Puente: 42
Total: 63

Ten en cuenta

- Cuando se trata de representar números consecutivos, lo expresamos así:

  x; $x + 1$; $x + 2$...

Ejemplo:

La suma de tres números consecutivos es 27.

Lo planteamos así:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 27$$
$$3x + 3 = 27$$
$$3x = 24$$
$$x = 8$$

Los números son: 8; 9 y 10.

- Las expresiones A excede a B en 6 o A es mayor que B en 6.

  Las planteamos así:

  $A - B = 6$

- Los números pares consecutivos son de la forma:

  $2x$; $2x + 2$; $2x + 4$....

Ejemplo:

La suma de dos números pares consecutivos es 30.

Halle el mayor.

Se plantea así:

$$2x + (2x + 2) = 30$$
$$4x = 28$$
$$x = 7$$

El mayor: $2x + 2 = 16$

Traducción de algunos enunciados verbales en lenguaje simbólico.

LENGUAJE VERBAL	LENGUAJE MATEMÁTICO
Un número	x
Un número aumentado en 5	$x + 5$
Un número disminuido en 5	$x - 5$
Doble de un número - Dos veces un número	$2x$
Triple de un número - Tres veces un número	$3x$
La mitad de un número	$1/2$
El doble de un número, aumentado en 7	$2x + 7$
El doble de un número aumentado en 7	$2(x + 7)$

Ejemplo 1

¿Cuál es la edad de Francisco, si al duplicarla y agregarle 16 nos da 42?

Resolviendo:

Edad de Francisco	x
si al duplicarla	$2x$
y agregarle 16	$2x + 16$
Nos da 42	$2x + 16 = 42$

Resolvemos la ecuación:

$2x = 42 - 16$

$2x = 26 \Rightarrow x = 13$

Ejemplo 2

Encuentra un número que aumentado en 37 resulte el doble del número disminuido en 23.

Resolviendo:

Un número	x
Aumentado en 37	$x + 37$
Resulte el doble del número	$x + 37 = 2x$
Disminuido en 23	$x + 37 = 2x - 23$

Resolvemos la ecuación:

$37 + 23 = 2x - x$

$60 = x$

$\Rightarrow x = 60$

Ejemplo 3

En un salón hay 50 útiles, entre cuadernos y lapiceros. Si hay 8 lapiceros más que cuadernos, ¿cuántos lapiceros hay?

Resolviendo:

- Lapiceros: x
- Cuadernos: $50 - x$
- 8 lapiceros más que cuadernos:

$$x - (50 - x) = 8$$

Resolvemos la ecuación:

$x - 50 + x = 8$

$2x = 8 + 50$

$2x = 58$

$x = 29$

Ten en cuenta

DOS CANTIDADES

Cuando un problema presenta dos cantidades desconocidas, se debe elegir una de ellas como incógnita y expresar la otra en términos de la primera.

Veamos algunos ejemplos:

- La suma de dos números es 15:
  Primero: x
  Segundo: 15 - x

- Alondra compra 23 artículos entre lapiceros y cuadernos:
  Lapiceros: x
  Cuadernos: 23 - x

- Elvira tiene 7 años más que Julián:
  Julián: x
  Elvira: x + 7

- Tengo 20 monedas, entre monedas de 2 soles y de 5 soles:
  Monedas de S/. 2: x
  Monedas de S/. 5: 20 - x

Nivel básico

1 **Completa** el cuadro:

LENGUAJE VERBAL	LENGUAJE MATEMÁTICO
El triple de un número disminuido en la unidad.	
La mitad de un número más 7.	
El cuadruplo de un número más 36.	
El doble de un número más 14.	
La tercera parte de un número más él mismo.	

2 El triple de un número aumentado en 13 es 43. ¿Cuál es el número?

3 Si al doble de lo que tengo le quito 15 resulta lo que tengo aumentado en 5. ¿Cuánto tengo?

4 Si a un número se le suma su doble y luego se le quita 14, se obtiene 22. **Halla** el número.

5 La mitad de un número aumentado en 15 es 35. **Halla** la suma de cifras del número.

Nivel intermedio

6 Si al triple de un número le disminuimos 10, obtenemos 50. ¿Cuál es la mitad del número?

7 El doble de un número aumentado en 4 es 42. **Halla** el número.

8 Si a un número le sumo su doble y su triple, obtengo 48. ¿Cuál es el número?

9 La suma de dos números consecutivos es 41. **Halla** la suma de las cifras del mayor.

10 Si a un número par se le suma el triple del mismo se obtiene 64. ¿Cuál es el número?

Nivel avanzado

11 **Halla** la estatura de Nancy si sabemos que al triplicarla y aumentarle 60 cm para luego dividirla por 5, obtendremos 40 cm menos que su talla.

12 ¿Cuántos amigos tiene Rebeca, tal que si al doble de ellos le quitamos 80 y al resultado lo triplicamos, para luego quitarle 20 y obtener 50 amigos menos de los que tiene?

13 ¿Cuál es la edad de Ricardo, tal que si sumamos los años que tiene con los que tendrá dentro de 20 años, resulta el cuádruple de su edad actual, disminuido en 12?

14 ¿Qué edad tiene Jorge si al cuadriplicarla y agregarle 44 años obtendremos su séxtuplo, disminuido en 4 años?

Tarea

1 El triple de un número menos 11 es 64. ¿Cuál es el número?

2 Si la mitad de mi dinero más S/. 80 es S/. 100, ¿cuánto es mi dinero?

3 El doble de mi dinero más su cuádruplo es S/. 84. La suma de cifras de mi dinero es:

4 La tercera parte de un número menos 21 es 19. **Halla** el número más su doble.

Reforzando - Unidad 6

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Aldo, Bruno, Carlos y David tienen diferentes profesiones: Administrador, bombero, contador y dentista. El nombre de ninguno de ellos inicia con la misma letra que su oficio. David y Carlos son amigos del bombero. A Bruno no le gusta la contabilidad y Carlos no es dentista. ¿Quién es el administrador?

A) Aldo B) Bruno C) Carlos D) David

2 Mariana, Sandra, Gina y Elvira tienen 8 años, 9 años, 12 años y 15 años, aunque no necesariamente en ese orden. Cada una formula dos afirmaciones falsas:

- Mariana: *Tengo 9 años y Gina tiene 15.*
- Sandra: *Tengo 12 años y Elvira tiene 8.*
- Gina: *Tengo 9 años y Mariana tiene 12.*
- Elvira: *Tengo 12 años y Mariana tiene 8.*

¿Quién tiene 8 años?

A) Mariana B) Sandra C) Gina D) Elvira

3 Se sabe que las profesiones de Mariela, Elsa, Angélica y Quintina son: profesora, nutricionista, abogada y odontóloga, aunque no necesariamente en ese orden. Se sabe que:

- Mariella está casada con el hermano de la nutricionista.
- Elsa y la odontóloga van a trabajar en la movilidad de la nutricionista.
- Angélica y la profesora son hijas únicas.
- Elsa y Quintina son amigas de la abogada, quien está de novia.

¿Qué profesión tiene Elsa?

A) Profesora B) Nutricionista
C) Abogada D) Odontóloga

4 En una granja se pueden contar 60 cabezas y 150 patas, entre gallinas y conejos. ¿Cuál es la diferencia entre el número de gallinas y el de conejos?

A) 15 B) 30 C) 25 D) 35

5 Víctor ha comprado 12 helados, algunos a 3 soles y el resto a 4 soles. Si gastó 43 soles, ¿cuántos helados de 4 soles compró?

A) 6 B) 7 C) 5 D) 8

6 Feliciano compró, por 76 soles, 15 cuadernos, algunos empastados y otros anillados. Los anillados cuestan 6 soles y los empastados, 4 soles. ¿Cuántos cuadernos anillados compró?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

7 Si duplicamos la edad de Julia y le agregamos 32, obtendríamos 70. ¿Cuántos años tiene Julia?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21

8 Lucía tiene el triple del dinero que tiene Camila. Si entre las dos tienen S/. 60, ¿cuánto tiene Lucía?

A) S/. 15 B) S/. 30 C) S/. 40 D) S/. 45

9 Si al triple del dinero que tiene Darío lo disminuimos 19 soles resulta igual al doble de lo que tiene aumentado en 9 soles. ¿Cuánto dinero tiene Darío?

A) S/. 28 B) S/. 18 C) S/. 25 D) S/. 20

10 Aldo tiene el doble de lo que tiene Fernando. Si Aldo tuviera 16 soles menos y Fernando, 15 soles más, ambos tendrían la misma suma. Cuánto tiene Aldo?

A) S/. 30 B) S/. 31 C) S/. 62 D) S/. 60

11 Francisco compró 5 globos y Mariana compró 3 globos. Entre los dos gastaron 160 céntimos. ¿Cuánto cuesta cada globo?

A) 10 céntimos B) 15 céntimos
C) 20 céntimos D) 30 céntimos

12 Un pantalón cuesta el triple de lo que cuesta una camisa. Si rebajaran en 30 soles el precio del pantalón y en 2 soles el de la camisa, el pantalón costaría solo el doble de la camisa. ¿Cuánto cuesta la camisa?

A) S/. 16 B) S/. 26 C) S/. 28 D) S/. 32

13 Luis, Jorge y Lalo tienen una mascota cada uno: perro, gato y canario. Se sabe que:

- Jorge le dice al que tiene el gato, que el otro tiene un perro.
- Lalo le dice al que tiene el perro, que debería vacunarlo contra la rabia.

¿Quién tiene el gato?

14 Tres profesores: Manuel, Patricia y Jimmy se reúnen a la hora del almuerzo. Cada uno enseña un curso diferente: Geometría, Aritmética e Inglés, aunque no necesariamente en ese orden. Si:

- Jimmy no enseña Geometría.
- Patricia no enseña Aritmética.
- Manuel no enseña Inglés.

Si Manuel no habla inglés, ¿quién enseña este curso?

15 En una reunión se encuentran un carpintero, un escritor, un sastre y un albañil. Ellos se llaman: Carlos, Enrique, Jorge y Gerardo. (No necesariamente en ese orden). Se sabe que:

- Carlos y el carpintero suelen visitar a Gerardo.
- Enrique es amigo del albañil.
- El escritor es familiar de Gerardo.
- El sastre es muy amigo de Jorge y del albañil.
- Hace un mes Carlos publicó su última novela.

a) ¿Quién es el sastre?

b) ¿Qué oficio desempeña Gerardo?

16 Elvira gasta 12 soles cuando va a trabajar y 15 soles cuando se queda en casa. Durante una semana gastó 90 soles. ¿Cuántos días se quedó en casa?

17 Diana compró, por 84 soles, 12 focos de 5 soles y 8 soles. ¿Cuántos focos compró de cada precio?

18 Se han repartido 112 caramelos entre 25 niños. A cada niña se le dio 5 caramelos y a cada varón, 4 caramelos. ¿Cuántas niñas más que niños había?

19 Nancy vendió 40 tamales, los de chancho a 5 soles y los de pollo a 4 soles. Si el importe de la venta fue de 184 soles, ¿cuántos tamales vendió de cada clase?

20 Flavio y Mauro tienen juntos S/. 800. Si Mauro tiene S/. 80 más que Flavio, ¿cuánto tiene Flavio?

21 Se desea repartir S/. 342 entre tres personas, de tal modo que a la segunda le toque el doble que a la primera y a la tercera el triple que a la primera. ¿Cuánto le toca a la tercera persona?

22 Elvira lee diariamente la misma cantidad de páginas de un libro de 120 páginas. Si después de 5 días le quedan por leer 40 páginas, ¿cuántas páginas lee cada día?

23 Aníbal compró 4 helados y Diana 5 helados del mismo precio que los de Aníbal. Si entre los dos gastaron 27 soles, ¿cuánto cuesta cada helado?

24 Se reparten 120 soles entre Pilar y Jaime. Si Pilar recibe 10 soles más que Jaime, ¿cuánto le toca a cada uno?

25 Cuando Sergio camina con su pequeño Iván, por cada paso de Sergio, Iván da dos. Cuando hayan dado 150 pasos entre los dos, ¿cuántos pasos habrá dado Iván?

26 Dos fábricas compiten en la producción de mesas de la misma calidad. La fábrica de Flavio usualmente produce doble número de mesas que la fábrica de Carmelo. Un día, la fábrica de Carmelo produjo 32 mesas más de lo acostumbrado y casualmente ese día la fábrica de Flavio produjo 24 mesas menos de lo habitual, de modo que ambas fábricas produjeron la misma cantidad de mesas. ¿Cuántas mesas produjeron ese día entre las dos fábricas?

Autoevaluación

1 En un corral hay cerdos y pavos. En total se pueden contar 30 cabezas y 84 patas. ¿Cuántos animales hay de cada especie?

2 Fabiola contó 60 ojos y 96 patas entre los conejos y patos que se encontraban en un corral. ¿Cuántos animales contó de cada especie?

3 Tres amigas: Sandra, Blanca y Vanessa, viven en un distrito diferente: Lince, Jesús maría y Rímac, y se movilizan usando un medio de transporte distinto: bicicleta, moto y microbús. Se sabe que:

- Cuando Blanca tenga dinero se comprará una moto y se mudará al Rímac.
- Desde que Vanessa vive en Jesús María ya no tiene bicicleta.
- La que vive en Lince toma dos microbuses.

a) ¿En qué distrito vive Sandra?
b) ¿En qué medio de transporte se moviliza Sandra?
c) ¿Quién vive en Lince?

4 Dante tiene el doble de soles que Gustavo. Si entre los dos tienen 150 soles, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

5 ¿Cuál es el número cuyo triple disminuido en 15 es igual a su doble aumentado en 25?

6 Gerardo tiene 12 soles más que María. Si Gerardo tuviera el doble y María el triple de lo que tienen, respectivamente, ambos tendrían la misma suma. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Resolución de ecuaciones

Problemas de edades

Gerónimo y su amiga Nuria conversan mientras van camino al trabajo.

- Yo soy de Huánuco – dice Gerónimo.
- ¿Hace cuánto tiempo estás en Lima?
- Desde hace 12 años. Llegué a Lima justo cuando tenía la mitad de la edad que tengo.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

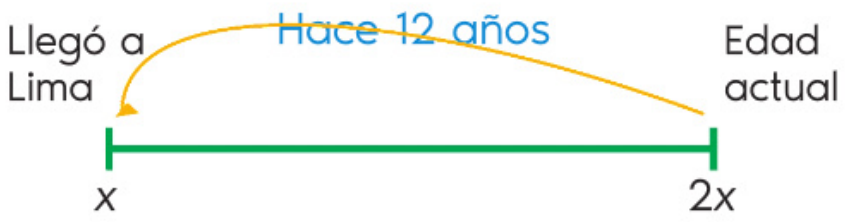
¿A qué edad llegó a Lima Gerónimo? _____

Se denominan problemas de edades a aquellos en los que intervienen las edades.

Solo debemos tener en cuenta que cada año la edad aumenta en uno, tal que en el presente uno tiene más años que en el pasado y en el presente, menos años que en el futuro.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Asignamos con x la edad de Gerónimo cuando llegó a Lima. Como es la mitad de la que tiene ahora, entonces ahora tiene el doble de x, o sea $2x$.



Del gráfico:

$2x - x = 12$

$x = 12$

$\therefore$ Gerónimo llegó a Lima a la edad de 12 años.

Cuando se trata de la edad de una sola persona

Cuando el problema aduce a la edad de una sola persona, la representamos en un segmento.

Ejemplo 1

Si hace 4 años tenía 7 años, ¿qué edad tengo?

Resolviendo:

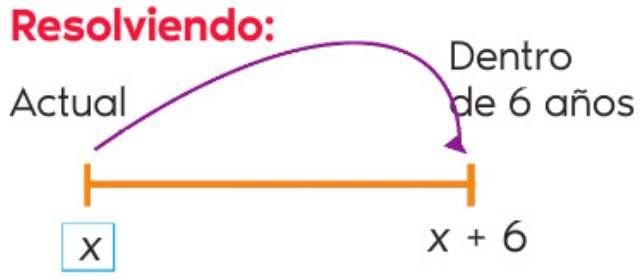
$x - 4 = 7$

$\Rightarrow x = 11$

Ejemplo 2

Dentro de 6 años cumpliré 20 años. ¿Cuál es mi edad?

Resolviendo:



$x + 6 = 20$

$\Rightarrow x = 14$

Ten en cuenta

- **El tiempo pasado** se expresa en términos como: Tenía, tenías, teníamos, hace tantos, cuando tuvo, etc.
- **El tiempo presente** se expresa en términos como: Tengo, tienes, tenemos, mi edad actual, él tiene.
- **El tiempo futuro** se expresa en términos como: Tendré, tengas, dentro de, él tendrá, etc.

La edad de una persona en un determinado año se obtiene restando este año menos el año de nacimiento.

Por ejemplo, la edad de Úrsula en 2021 si nació en 1980:

2021 – 1980 = 41 años.

Cuando se trata de la edad de dos personas

Ejemplo 3

Cuando su hija nació, una madre tenía 20 años. Si actualmente sus edades suman 50 años, ¿que edad tiene la madre?

Resolviendo:

	Hace x años	Actual
Madre	20	$x + 20$
Hija	0	x

$$x + 20 + x = 50$$
$$2x = 30$$
$$x = 15$$

$\therefore$ La madre tiene: $x + 20 = 35$

Ejemplo 4

Un padre tiene el doble de la edad que tenía el hijo hace 5 años. Si sus edades actuales suman 65 años, ¿qué edad tiene el hijo?

Resolviendo:

	Hace 5 años	Actual
Padre		$2x$
Hijo	x	$x + 5$

$$2x + x + 5 = 65$$
$$3x = 60 \Rightarrow x = 20$$

$\therefore$ La edad actual del hijo es: $20 + 5 = 25$

Nivel básico

1 Dentro de 6 años tendré 20. ¿Qué edad tenía hace 4 años?

2 Hace 7 años mi edad era 4 años. ¿Qué edad tendré dentro de 4 años?

3 Dentro de 6 años tendré 16 años. ¿Qué edad tenía hace 3 años?

4 Dentro de 12 años mi edad será el triple de lo que tengo. ¿Qué edad tengo?

5 En 2015, Jorge tenía 12 años. ¿Qué edad tendrá en el 2030?

8 Hace 2 años tenía la cuarta parte de la edad que tendré dentro de 22 años. ¿Cuál es mi edad?

Nivel intermedio

6 Melanio tiene 12 años y Sara, 10. ¿Cuánto sumarán sus edades dentro de 15 años?

9 Si yo nací cuando mi hermano tenía 4 años, ¿qué edad tendré cuando mi hermano cumpla 18?

7 Dentro de 14 años la edad de Fidel será el triple de su edad actual. ¿Qué edad tendrá dentro de 3 años?

10 Si la suma de la edad que tenía hace 5 años y la edad que tendré dentro de 7 años es 24 años, ¿cuál es mi edad?

Nivel avanzado

11 Juan tiene 2 años más que María y dentro de 6 años las edades de ambos sumarán 30. ¿Cuál es la edad de María?

12 La edad de Fidel es el triple de la de Omar y dentro de 8 años la diferencia de sus edades será 10 años. ¿Cuál es la edad del mayor?

13 Un padre y sus dos hijos tienen 34; 10 y 6 años. ¿Dentro de cuántos años la suma de las edades de los hijos será igual a la del padre?

14 Yo tengo el cuádruple de tu edad y dentro de 12 años tendré el doble. ¿Cuánto suman nuestras edades?

Tarea

1 Hace 12 años tenía 2 años. ¿Cuántos años me faltan para cumplir 18?

2 Dentro de 9 años cumpliré 14 años. ¿Hace cuantos años nací?

3 Yo nací cuando mi padre tenía 20 años. Si actualmente nuestras edades suman 38 años, ¿qué edad tiene mi padre?

4 Lisbeth tiene el doble de edad que Fabiana, y hace 10 años tenía el triple de la edad de Fabiana. ¿Cuáles son sus edades?

Problemas de fracciones I

Problemas básicos y reducción a la unidad

Operaciones con fracciones

El ingeniero Darío salió del poblado a supervisar una obra de canalización. Como iba por primera vez, fue preguntando en el camino.

Entonces se cruzó con un poblador que venía de la obra y le dijo que solo faltaban 12 kilómetros, equivalente a los 2/3 de lo que había recorrido desde el poblado.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

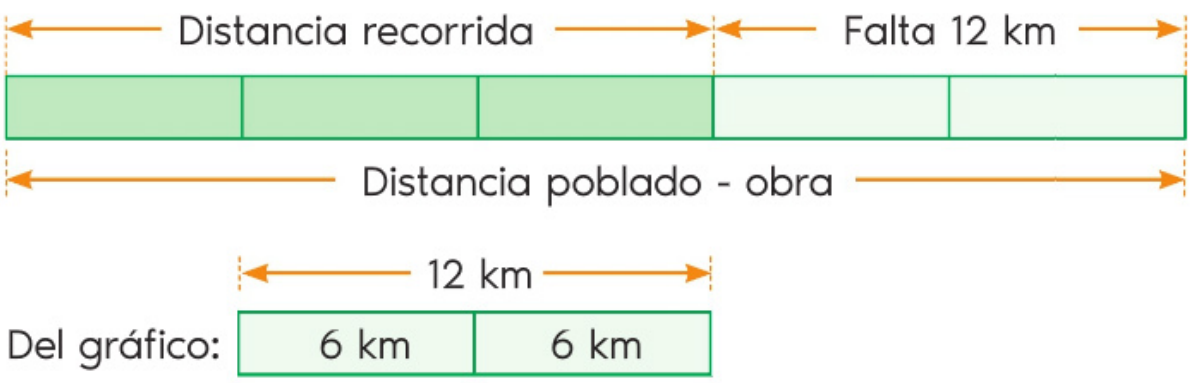
¿Qué distancia hay del poblado a la obra? _____

Una fracción es una o varias partes de la unidad. En este capítulo vamos a resolver diversos problemas donde intervienen las fracciones.

Razonamiento Matemático

Resolviendo: (Problema introductorio)

Representemos gráficamente la situación:



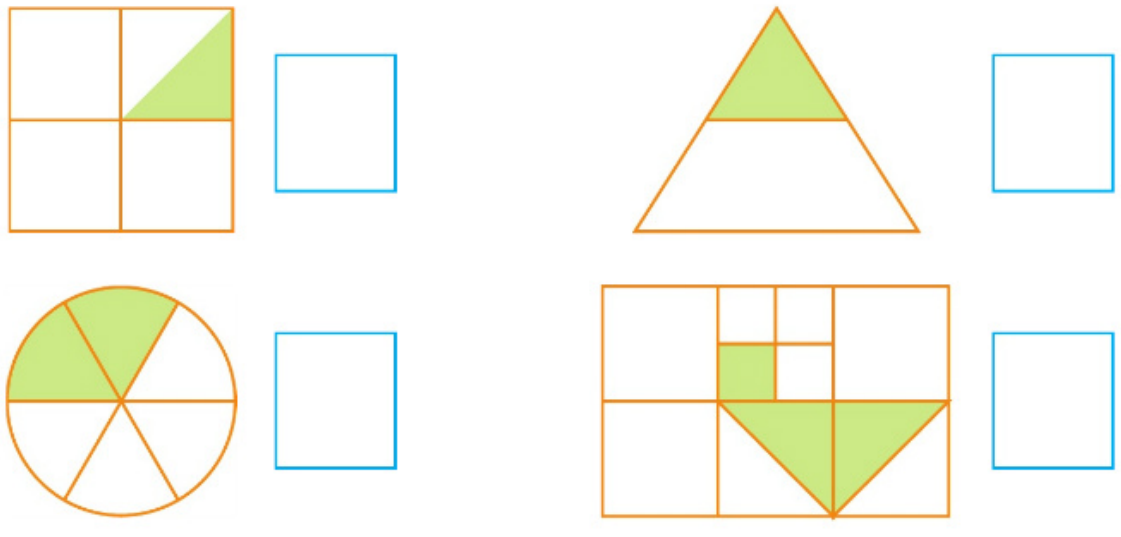
En el gráfico, la distancia del poblado a la obra ha quedado dividida en 5 partes iguales, donde cada parte mide 6 km.

∴ Entonces la distancia total es: 5×6 = 30 km.

Representación gráfica de fracciones

Ejemplo 1

En estas figuras indica qué parte de toda la región está sombreada:



Ten en cuenta

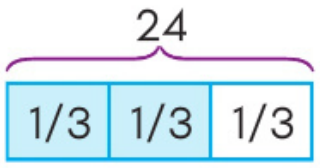
- Si una obra se realiza en 8 días, en un día se realiza $\frac{1}{8}$ de la misma.
- Si un caño llena un tanque en 6 días, en un día llena $\frac{1}{6}$ del mismo.
- Si en un día se realiza $\frac{1}{5}$ de la obra, esta se hace en 5 días.
- Si en un día se realiza $\frac{1}{10}$ de la obra, toda la obra se hace en 10 días.
- Si en un día se realiza $\frac{1}{8}$ de la obra, en 3 días se hace los $\frac{3}{8}$.

Problemas básicos de fracciones

Ejemplo 2

¿Cuánto es los $\frac{2}{3}$ de 24?

Resolviendo:



$\frac{1}{3}$ de 24 es $24 \div 3 = 8$

Entonces $\frac{2}{3}$ es $2 \times 8 = \boxed{16}$

Método práctico: $\frac{2}{3}$ de $24 = \frac{2}{3} \times 24 = \boxed{16}$

Ejemplo 3

¿Qué fracción de 40 es 15?

Resolviendo:

En términos fraccionarios, el total es la unidad. Por regla de tres:

$40 \rightarrow 1$

$15 \rightarrow x$

$$x = \frac{1 \times \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{8}{\cancel{40}}} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

Método práctico: $\frac{\text{parte}}{\text{todo}} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{8}{\cancel{40}}} = \boxed{\frac{3}{8}}$

Ejemplo 4

¿Los $\frac{3}{5}$ de cuánto es 12?

Resolviendo:

Por regla de tres:

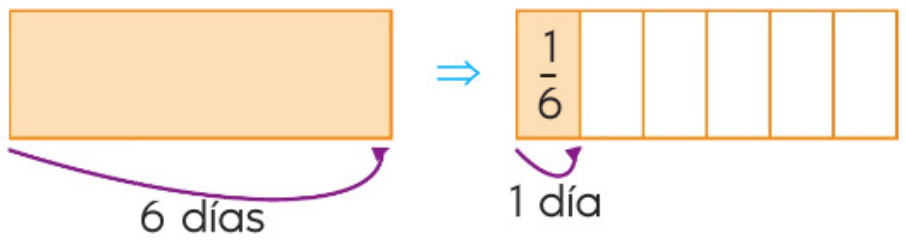
$12 \rightarrow \frac{3}{5}$

$x \rightarrow 1$

$$x = 1 \times 12 \div \frac{3}{5} = \overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}} \Rightarrow x = \boxed{20}$$

Reducción a la unidad

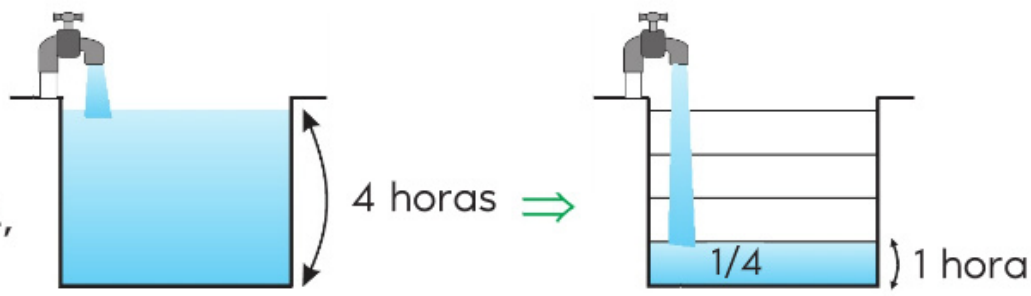
- Si un obrero realiza una obra en 6 días, en un día realiza 1/6 de la obra.



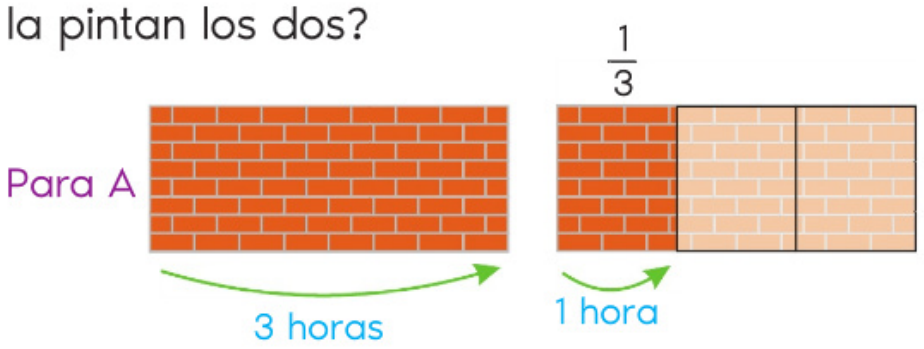
También podemos afirmar que si en 1 día realiza la sexta parte, toda la obra lo realiza en 6 días.

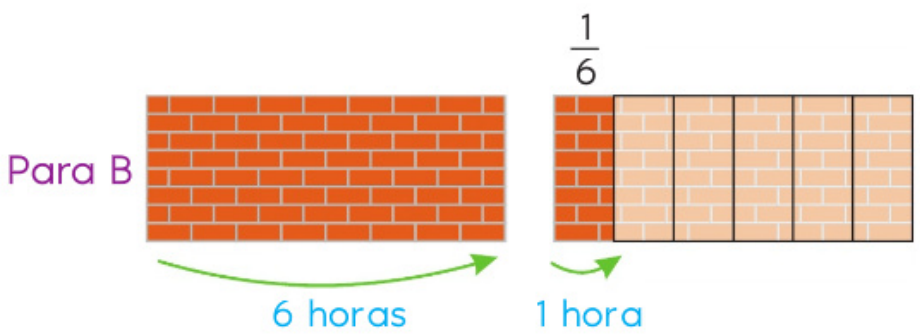
- Si un caño llena un tanque en 4 horas, en una hora llena 1/4 del tanque.

Recíprocamente, si en una hora llena 1/4, el tanque completo lo llena en 4 horas.

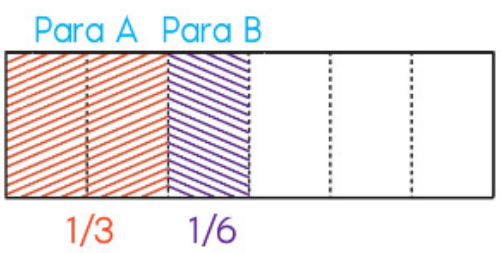


- Si un pintor A pinta una pared en 3 horas y un pintor B la pinta en 6 horas, ¿en qué tiempo la pintan los dos?





Trabajando juntos una ahora:



Si trabajan los dos, en una hora pintan:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

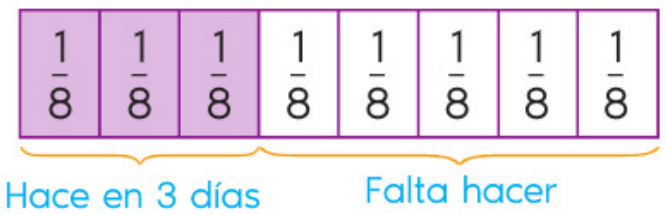
$\therefore$ Toda la obra lo hacen en 2 horas.

Ejemplo 5

Un obrero realiza una obra en 8 días. ¿Qué parte de la obra le faltaría realizar después de 3 días?

Resolviendo:

En un día hace: $\frac{1}{8}$



En 3 días hace: $3\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8}$

$\therefore$ Le falta hacer: $1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Ejemplo 6

Un caño A llena un tanque en 4 horas y un caño B lo desagua en 6 horas. Si se abren las dos llaves, ¿en qué tiempo lo llenan?

Resolviendo:

El caño A llena $\frac{1}{4}$ en 1 hora.

El caño B desagua $\frac{1}{6}$ en 1 hora.

Si trabajan los dos llenan:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12} \text{ en 1 hora.}$$

$\therefore$ Todo lo llenan en 12 horas

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 Se ha programado realizar una obra en 60 días. ¿Qué parte de la obra se avanza en 12 días?

2 Un poblado tiene 180 habitantes. Si los 5/9 son mujeres, ¿cuántos son varones?

3 **Completa** según corresponda:

- Si una obra se hace en 6 días, en un día se hace: _____
- Si un caño llena un tanque en 8 horas, en una hora llena: _____
- Si en un día hace 1/5 de una obra, toda lo hace en _____ días.
- Si en 1 hora un caño llena 1/7 del tanque, todo lo llena en _____ horas.

4 Marlon ha comprado una camisa con los 3/5 de su ahorro. Si la camisa le costó 45 soles, ¿cuánto tenía ahorrado?

5 Si un maestro abre una zanja en 6 días y otra persona lo hace en 12 días, ¿en qué tiempo la abren trabajando juntos?

Nivel intermedio

6 Dos empresarios que tenían de capital, uno 600 mil soles y el otro 800 mil soles, formaron una empresa poniendo los 3/5 y los 3/8 de su capital, respectivamente. ¿Con cuánto de capital formaron la empresa?

7 Compré una laptop en 1200 soles y lo vendí ganando los 3/8 del costo. ¿En cuánto lo vendí?

8 Un caño llena un tanque en 12 horas y otro caño lo desagua en 15 horas. Si se abren los dos caños, ¿en qué tiempo se llena el tanque?

9 A realiza una obra en 4 días, B lo realiza en 6 días y C en 12 días. ¿En qué tiempo terminan la obra si trabajan los tres?

10 Si un caño llena un tanque en 9 horas y otro lo desagua en 12 horas, ¿en qué tiempo se llena el tanque si se abren los dos caños?

Nivel avanzado

11 Un albañil tarrajea una pared en 18 días. Si trabaja con su ayudante, entre los dos lo harían en 12 días. ¿Qué tiempo demoraría si el ayudante trabajara solo?

12 Vendí un televisor en 660 soles, ganando los 3/8 del costo. ¿Cuánto me costó el televisor?

13 Andrea pinta una pared en 8 días y Jeremy en 16 días. Si Andrea trabaja 6 días y lo termina Jeremy solo, ¿cuántos días trabaja Jeremy?

14 Un caño A llena un tanque en 18 horas, un caño B en 15 horas y un caño C lo desagua en 90 horas. Si se abren los tres caños, ¿en qué tiempo se llena el tanque?

Tarea

1 La batería de mi celular dura 9 horas. ¿Qué fracción de la carga se gasta en 6 horas?

2 Un jugador apostó 300 soles en un juego y perdió 120 soles. Qué parte de lo que apostó perdió?

3 Un caño llena un tanque en 4 horas y otro caño en 10 horas. ¿En qué tiempo llenarán el tanque los dos caños?

4 Dos obreros hacen una obra en 12 días y uno de ellos solo, en 8 días. ¿En qué tiempo termina el otro solo?

Problemas de fracciones II

Fracciones complementarias y fracción de fracción

Operaciones con fracciones

En la casa de campo de Martín, renunció el conserje, lo que ocasionó que Martín contrate a uno nuevo, llamado Ignacio.

La piscina de la casa estaba llena hasta 3/5 de su profundidad. Para averiguar con cuánta agua se llenaba la piscina, Ignacio abrió una llave que arroja 240 litros por minuto y tomó el tiempo que tardó en llenar.

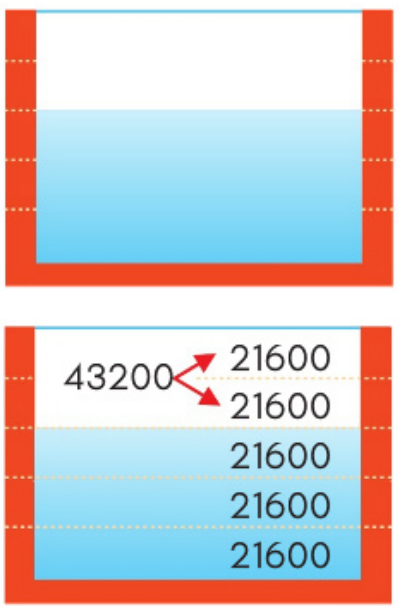
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Si tardó 3 horas en llenar, ¿cuál es la capacidad de la piscina?

Dos fracciones son complementarias cuando suman la unidad. Esto implica que, conociendo una de ellas, se calcula con facilidad la otra y la estrategia para hacerlo consiste en, dada una fracción, usar su complemento.

Resolviendo: (Problema introductorio)



- Está llena en $\frac{3}{5}$ partes.

  $\Rightarrow$ Faltan llenar las $\frac{2}{5}$ partes.

- En un minuto llena 240 litros.

  Como la hora tiene 60 minutos:

  $\Rightarrow$ 1 hora llena: 60×240 = 14400 L

  En 3 horas llena: 3×14400 = 43200 L

- 43200 corresponde a 2 partes (2/5)

  $\Rightarrow$ a cada parte le corresponde: 43200÷2 = 21600 L

- La capacidad se compone de 5 partes, entonces el volumen de la piscina es 5×21600 = 108 000 litros

Fracciones complementarias

Ejemplo 1

Carla compró un regalo para su hijo con los 2/5 de su ahorro y le queadron 150 soles. ¿Cuánto tenía ahorrado?

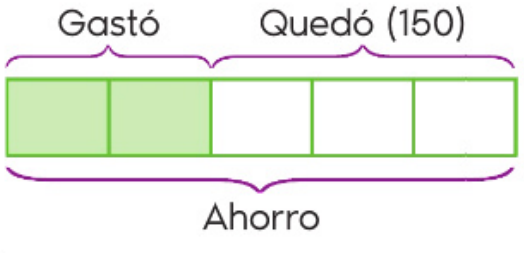
Resolviendo:

Al gastar los 2/5 le quedaron los 3/5 (complemento):

$\frac{3}{5} \rightarrow 150$

$\frac{5}{5} \rightarrow x$

$x = \frac{5 \times 150}{3} = 250$



$\therefore$ Tenía ahorrado 250 soles.

Ten en cuenta

- Si $\frac{a}{c}$ y $\frac{b}{c}$ son complementarios entonces $a + b = c$

  y $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = 1$

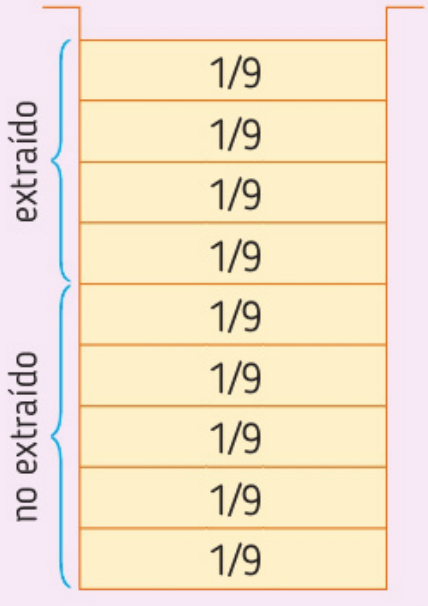
Ejemplo:

Si pintamos los $\frac{2}{7}$ de una pared, faltaría por pintar $\frac{5}{7}$.

$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

pintado: $\frac{2}{7}$ — falta pintar: $\frac{7-2}{7} = \frac{5}{7}$

- Al extraer los $\frac{4}{9}$ de una mezcla queda $\frac{5}{9}$.



Fracción de fracción

Una fracción también se puede aplicar sobre otra fracción. Entonces es importante cerciorarse sobre qué cantidad está aplicada la fracción

Ejemplo 2

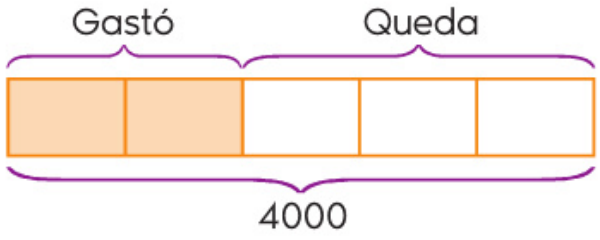
Un comerciante va de compras con 4000 soles. Gasta los 2/5 en la compra de la primera parte de la mercadería y en la segunda parte, los 5/8 del resto. ¿Cuánto le queda?

Resolviendo:

Los 2/5 se aplica sobre 4000, en cambio los 5/8 se aplica sobre lo que queda después del primer gasto.

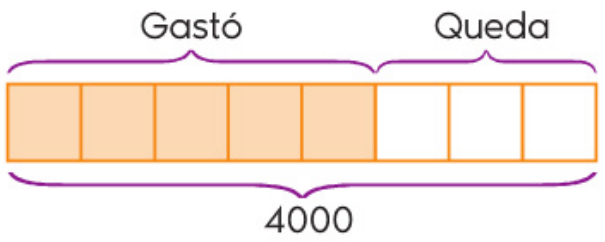
- Al gastar los 2/5 le quedan los 3/5 (complemento):

$$\frac{3}{\cancel{5}_{1}} \times 4000^{2} = 2400$$



- De los 2400 gasta los 5/8 y le quedan los 3/8 (complemento):

$$\frac{3}{\cancel{8}_{1}} \times \cancel{2400}^{3} = 900$$



∴ Luego de los dos gastos quedan **900 soles**

Método práctico: Queda: $\frac{3}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{3}{\cancel{8}_{1}} \times \cancel{4000}^{1000}_{\cancel{5}} = 900$

Ten en cuenta

FRACCIÓN DE FRACCIÓN

Supóngase que alguien gasta los 3/8 de su dinero y luego los 4/7 del resto, entonces los 3/8 se aplica sobre la cantidad inicial, en cambio los 4/7 se aplica sobre lo que queda.

Al gastar 3/8 quedan los 5/8 (el complemento), entonces los 4/7 se aplica sobre los 5/8, entonces quedan los 3/7 de 5/8.

- Si se gastan los 3/5 de una suma, luego los 4/7 del resto, entonces queda:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$$

Complemento de 3/5 — Complemento de 4/7

- Si se pierde los 2/9 de una suma, luego los 3/10 del resto, entonces queda:

$$\frac{7}{9} \times \frac{7}{10}$$

Complemento de 2/9 — Complemento de 3/10

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 La batería de mi celular dura 15 horas y en este momento quedan los 2/5 de la carga. ¿Cuántas horas lleva prendido desde la última recarga completa?

2 En una juguería se utilizan diariamente 36 kg de fruta. Si ya se han utilizado los 5/12 de la fruta asignada para el día, ¿cuántos kilogramos quedan?

3 Mariano tenía ahorrado 180 soles. Con los 2/5 de su ahorro compró un regalo para su hermana y con los 2/9 del resto, una blusa para su mamá. ¿Cuánto le queda?

4 Si ya transcurrieron los 3/4 del día y después transcurre la mitad del resto, ¿cuántas horas faltan para que termine el día?

5 Un jugador pierde 1/3 de su dinero cada vez que apuesta. ¿Cuánto le queda después de apostar 3 veces, si empezó con S/. 2 700?

Nivel intermedio

6 Marly gasta la cuarta parte de su dinero más S/.6, luego la tercera parte del resto más S/.4, quedándose con S/.8 para su pasaje. ¿Cuánto tenía al inicio?

7 Por reajuste de personal, en una fábrica despidieron a 1/7 de los trabajadores, quedando solamente 72. ¿Cuántos trabajadores tenía la fábrica?

8 Cada hora se vierte la mitad de un depósito más un litro. Si después de 3 horas queda vacío, ¿cuántos litros tenía al inicio el depósito?

9 Un alambre de 91 m se corta en 4 trozos. Si el primero es los 3/7 del alambre, el segundo, los 5/13 del resto y el tercero los 3/4 del último resto, ¿cuánto mide el cuarto trozo?

10 Se deja caer una pelota desde una altura de 128 cm. Si tras cada rebote alcanza los 3/4 de la altura de la que cae, ¿qué altura alcanza en el segundo rebote?

Nivel avanzado

11 De un depósito lleno hasta los 3/5, se desagua los 7/12 de su contenido, quedando 12 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

12 Carlos reparte su fortuna entre sus 4 hijos. Al mayor le da la mitad, al segundo le da 1/3 del resto, al tercero le da 1/4 de lo que queda. Si el último recibe S/. 600, ¿cuánto recibió el segundo?

13 Un jugador pierde 1/3 de su dinero en el primer juego, 1/4 del resto en el segundo y 1/5 del nuevo resto en el tercero. Si al final se quedó con S/. 200, ¿con cuánto empezó a jugar?

14 Una pelota pierde en cada rebote las 2/5 partes de la altura de donde cae. Si se deja caer desde un metro de altura, ¿qué altura alcanza después del tercer rebote?

Tarea

1 Del dinero que llevo, gasto la tercera parte en pasaje y un quinto en comida, quedándome S/. 70. ¿Cuánto tenía el inicio?

2 Se deja caer una pelota desde una altura de 3125 cm. Si en cada rebote pierde los 3/5 de su altura, ¿qué altura alcanza después del tercer rebote?

3 De las 40 figuras que tengo, pierdo los 3/8, luego 2/5 del resto. ¿Cuántas me quedan?

4 Una señora lleva cierta cantidad de huevos al mercado. Al primer cliente le vende la tercera parte más un huevo, al segundo cliente la tercera parte del resto más un huevo, al tercer cliente lo mismo. Si al final le quedan 5 huevos, ¿cuántos llevó al inicio?

Reforzando - Unidad 7

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuál es la mitad de 1/4?

A) 1/2 B) 1/8 C) 1/6 D) 1/16

2 Tengo 8 años. ¿Dentro de cuántos años tendré el doble de los años que tengo?

A) 8 B) 10 C) 4 D) 6

3 Hace 10 años tenía la mitad de los años que tengo. ¿Dentro de cuántos años tendré 25 años?

A) 5 años B) 10 años
C) 15 años D) 8 años

4 Un señor tiene 55 años de edad y su sobrino, 30. ¿Hace cuántos años el tío tuvo el doble de la edad del sobrino?

A) Hace 2 años B) Hace 3 años
C) Hace 4 años D) Hace 5 años

5 En una biblioteca hay 40 libros, entre novelas e historietas. Si 3/5 del total son novelas, ¿cuántas historietas hay?

A) 8 B) 16 C) 24 D) 20

6 Claudia resolvió el primer día los 3/5 de 100 problemas y el segundo día, los 5/8 del resto. ¿Cuántos problemas resolvió en total?

A) 75 B) 80 C) 85 D) 90

7 La mitad de un número más su quinta parte es igual a 140. ¿Cuál es ese número?

A) 100 B) 150 C) 200 D) 250

8 Martín da 3/15 de un ramo de rosas a su mamá, luego da 5/15 a su abuelita y se queda con el resto. ¿Con qué parte se queda?

A) 7/15 B) 1/5 C) 1/3 D) 8/15

9 Ofelia tenía 2/5 de S/. 300. Gastó 1/4 de lo que tenía en la compra de una pulsera y luego gastó 3/5 de lo que le quedaba en comprar una cartera. ¿Cuánto dinero le queda?

A) S/. 90 B) S/. 90 C) S/. 70 D) S/. 75

10 Un padre tiene 35 años y su hijo, 5. ¿Al cabo de cuántos años la edad del padre será tres veces la del hijo?

A) 5 años B) 8 años
C) 10 años D) 12 años

11 Una madre es 32 años mayor que su hijo, y en 6 años el niño tendrá la quinta parte de la edad de ella. ¿Qué edad tiene el hijo?

A) 2 años B) 4 años
C) 3 años D) 5 años

12 Un reloj marca las 2 de la tarde. ¿Dentro de cuántas horas habrán transcurrido las tres cuartas partes del día?

A) 3 h B) 4 h C) 5 h D) 6 h

13 De un barril lleno de agua se saca la mitad del contenido y después un tercio del resto, quedando 200 litros. Calcula la capacidad del barril.

A) 400 litros B) 500 litros
C) 600 litros D) 800 litros

14 Lizet lleva al supermercado S/. 80, mientras que Diana lleva 4/5 de lo que lleva Lizet. ¿Cuál es la diferencia entre ambas cantidades?

A) S/. 16 B) S/. 8 C) S/. 14 D) S/. 10

15 En una librería, Ana compra un libro con la tercera parte de su dinero y un comic con las dos terceras partes de lo que le queda. Al salir de la librería tiene 12 soles. ¿Cuánto dinero tenía Ana?

A) S/. 48 B) S/. 54 C) S/. 60 D) S/. 55

16 Un granjero tiene 12 caballos de 9 y 11 años. Si la sexta parte de los caballos tiene 11 años, ¿cuántos caballos son de 9 años?

17 Sebastián tiene 3 años más que Alvaro, y entre los dos tienen 21 años. ¿Qué edad tiene Alvaro?

18 Si los 3/5 de los alumnos de quinto grado B son 25, ¿cuántos alumnos hay?

19 Pedro nació cuando Alexandra tenía 18 años. Si actualmente la suma de sus edades es 64 años, ¿cuántos años tiene Alexandra?

20 Al cumpleaños de Roxana asistieron 60 personas, y los 3/15 eran varones. ¿Cuántas damas asistieron al cumpleaños?

21 Se distribuyen 400 bolsas en tres urnas. Si la primera tiene los 2/5, la segunda la cuarta parte, averigua cuántas bolsas tiene tercera.

22 Dos caracoles recorren un alambre de 10 metros de longitud. Al cabo de un rato, uno de ellos ha recorrido cuatro quintos del camino y el otro, ocho décimos. ¿Cuántos metros ha recorrido cada uno? ¿Cuál ha recorrido más distancia?

23 En una bodega hay siete docenas y media de gaseosas. Si se vende 2/3 del total y se compra 1/3 de las que quedan, ¿cuántas botellas hay ahora en la bodega?

24 Un depósito con agua tenía 600 litros. Si se han consumido los 2/5, y la tercera parte del resto se envasa en recipientes de 3 litros, ¿cuántos recipientes se necesitan?

25 Se han consumido las 7/8 partes de un bidón de gasolina. Añadiendo 38 litros se llena hasta las 3/5 partes. Calcula la capacidad del bidón.

26 Una señora tuvo a los 24 años dos hijos mellizos. Si ahora las edades de los tres suman 57 años, ¿qué edad tienen los mellizos?

27 Una señora tiene 56 años de edad y su hija, 26. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que la madre duplique la edad de su hija?

28 Un padre tiene 37 años y las edades de sus tres hijos suman 25 años. ¿Dentro de cuántos años las edades de los hijos sumarán como la edad del padre?

29 Reparten 390 soles entre dos personas, de tal modo que la parte de la primera es igual a la mitad de la parte de la segunda. ¿Cuánto le corresponde a la primera?

30 Hace cinco años, la edad de Sara era la tercera parte de la edad que tendrá dentro de 5 años. Hallar la edad actual de Sara.

31 Kaomi, la mascota de Marlene, tenía hace 5 años, la cuarta parte de los años que tendrá dentro de 4 años. ¿Cuál es la edad de Kaomi?

32 Maribel salió de casa con 200 soles. Ha gastado 4/5 del dinero en una sombrilla y un sillón de playa. Si el sillón cuesta 75 soles, ¿cuánto ha pagado por la sombrilla?

33 En un control de Biología había que contestar 20 preguntas. Por cada pregunta bien contestada dan tres puntos y por cada falla restan dos. ¿Cuántas preguntas acertó Elena si respondió correctamente las tres quintas partes de las preguntas?

34 Luis hizo un viaje en coche, consumiendo 20 litros de gasolina. El trayecto lo hizo en 2 etapas, en la primera consumió 2/3 de la gasolina y en la segunda etapa la mitad de lo que le quedaba. ¿Cuántos litros tenía? ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?

35 Trabajando juntos, 2 obreros tardan 16 horas en hacer un trabajo. ¿Cuánto tardará en hacerlo uno de ellos si el otro lo puede hacer solo en 24 horas?

Autoevaluación

1 Dentro de 5 años tendré el doble de años de lo que tenía hace 4 años. ¿Cuál es mi edad actual?

2 Un ciclista corre una etapa de 120 km. Si lleva recorridos tres quintos de la etapa, ¿cuántos kilómetros le faltan?

3 De un depósito salen dos grifos. Un grifo vierte 2/5 de litro cada segundo. El otro vierte 4/5 de litro cada segundo. ¿Qué grifo vierte más agua? ¿Cuánta agua vierten los grifos por segundo?

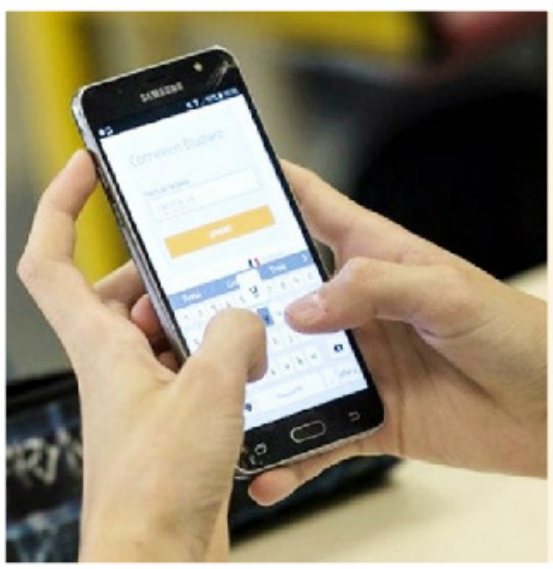
4 Ana tiene 7 años más que su hermano Juan. Dentro de dos años, la edad de Ana será el doble de la de Juan. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?

5 Unos montañistas llevan un saco con 120 naranjas. Quieren consumir la mitad en el campamento base y la tercera parte de las que queden, en la cima de la montaña. El resto lo van a repartir entre los 8 guías que les acompañan en la excursión. ¿Cuántas naranjas les corresponde a cada uno?

6 En una empresa trabajan 160 personas, y todas ellas deben someterse a un reconocimiento médico en el plazo de tres días. El primer día lo hace la tercera parte de las que lo hacen durante los otros dos días. El segundo día y el tercero lo hacen el mismo número de personas. Calcula el número de trabajadores que acuden al reconocimiento cada día.

Potenciación y resolución de ecuaciones

Operadores matemáticos



Gerardo ha desarrollado un aplicativo denominado M. Este App consiste en, dados dos números, elegir el mayor, y en caso de que se le proporcione dos números iguales devuelve el mismo número. Por ejemplo M(7; 3) = 7.

Sean a, b y c tres números naturales diferentes entre sí, tal que:

$M(a, b) = b$; $M(4, a) = a$; $M(b, c) = c$; $M(c, 8) = 8$

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuál es el valor de $a + b + c$? _____

Razonamiento Matemático

Un operador matemático es un símbolo que se utiliza para representar una operación matemática.

Por ejemplo, el símbolo + se utiliza para representar la adición, de modo que al escribir 4 + 5, estamos diciendo "súmese 4 con 5", y aplicando la regla de la adición obtenemos el resultado 9.

Supongamos que el símbolo * represente una operación definida así:

operador matemático → $a*b = 2a + b$ ← regla de definición

Entonces: $4*6 = \underbrace{2\cdot 4}_{8} + 6 = 14$

Resolviendo: (Problema introductorio)

- $M(a, b) = b \Rightarrow a < b$
- $M(4, a) = a \Rightarrow 4 < a$
- $M(b, c) = c \Rightarrow b < c$
- $M(c, 8) = 8 \Rightarrow c < 8$

De las desigualdades, concluimos que: $4 < \underset{5}{a} < \underset{6}{b} < \underset{7}{c} < 8$

$\therefore a + b + c = 5 + 6 + 7 = 18$

Ejemplo 1

Si $\triangle x = 2x - 1$, **halla** $\triangle 8$.

Resolviendo:

La regla de definición es el doble del número menos 1.

$\therefore \triangle 8 = 2(8) - 1 = 15$

Ejemplo 2

Si $\boxed{x} = 3x + 4$, **halla** $\boxed{5}$.

Resolviendo:

La regla se define como "el triple del número más 4".

$\therefore \boxed{5} = 3(5) + 4 = 19$

Ten en cuenta

Operadores matemáticos

Los operadores conocidos son:

(+)	adición
(-)	sustracción
(x)	multiplicación
(÷)	división
($\sqrt{\ }$)	radicación
($\sum$)	sumatoria

Pero también podemos utilizar otros operadores como los siguientes:

#	grilla o michi
$\triangle$	triángulo
$\square$	cuadrado
$\int$	integral
$\bigcirc$	círculo
$\square$	rectángulo
@	arroba

Ejemplo 3

Si $\triangle a = 4a - 3$ y $\diamond b = \dfrac{b+5}{3}$, **halla** $\diamond\triangle 7$.

Resolviendo:

$\triangle 7 = 4(7) - 3 = 25$

$\diamond\triangle 7 = \diamond 25 = \dfrac{25+5}{3} = 10$

Ejemplo 4

Calcula $(2 \# 8)$ si $A \# B = 3A^2 - 2\sqrt{AB} + 5$.

Resolviendo:

De la expresión: $A \# B = 3 \cdot A^2 - 2\sqrt{AB} + 5$

$\downarrow \quad \downarrow$

Calculamos: $2 \# 8 = 3 \cdot 2^2 - 2\sqrt{2 \cdot 8} + 5$

$= 3 \cdot 4 - 2\sqrt{16} + 5$

$= 12 - 2 \cdot 4 + 5$

$= 12 - 8 + 5 = 9$

Nivel básico

1 Se define la operación: $a \Delta b = 2a + b$.

Escribe en cada recuadro, <, > o =, según corresponda.

a) $2\Delta3 \square 3\Delta2$ b) $5\Delta4 \square 4\Delta7$

c) $3\Delta4 \square 4\Delta2$ d) $6\Delta5 \square 3\Delta1$

2 Si $\bigcirc x = 8x + 2$, **halla** $\bigcirc 2 + \bigcirc 5$.

3 Si $\bigcirc y = \dfrac{y+7}{3}$, **halla** $\bigcirc 2 + \bigcirc 8$.

4 Si $\triangledown a = a - 2$, **halla** $\triangledown\triangledown 7$.

5 Si $\boxed{n} = 2n + 1$, **halla** $\boxed{\boxed{4}}$.

Nivel intermedio

6 Sean las operaciones:

$\bigcirc x = x + 3$ $\qquad$ $\boxed{y} = y - 4$

Halla el valor de $\bigcirc 6$

Razonamiento Matemático

7 Sean las operaciones:

$\langle a \rangle = 3a + 4$ y $\langle b \rangle = 2b - 3$.

Halla el valor de $\langle 7 \rangle$.

8 **Determina** $(5 * 3) * (4 * 4)$, si:

$$a * b = \begin{cases} \dfrac{a+b}{a-b}; \text{ si } a \neq b \\ 2a - b; \text{ si } a = b \end{cases}$$

9 **Calcula** $(5 \# 8) \# (3 \# 17)$, si:

$$M \# N = \begin{cases} 2M + N; M + N = \text{par} \\ 3M - N; M + N = \text{impar} \end{cases}$$

Nivel avanzado

10 Sean las operaciones:

$\boxed{x} = x^2 + 1$ y $\boxed{y} = \sqrt{y} - 1$.

Halla $\boxed{3} - \boxed{64}$.

11 Si: $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$, **halla:** $f\,(f\,(f\,(3)))$.

12 Se define:

$\triangle a = a + 3$

$\boxed{b} = b - 2$

$\bigcirc c = 3c + 2$

Halla:

$\boxed{\triangle 10}$

Tarea

1 Si $\boxed{x} = 2x + 7$, **halla** $\boxed{9}$.

2 Si $\triangle y = 3y - 2$, **halla** $\triangle 12$.

3 Si $\bigcirc a = 4a - 7$, **halla** $\bigcirc 9$.

4 Si $\diamond b = \dfrac{3b+5}{2}$, **halla** $\diamond 3$.

Triángulos, cuadriláteros y circunferencias

Perímetros

Darío ha comprado un terreno rectangular de 60 metros de largo por 35 metros de ancho.

Quiere cercarlo con un muro perimétrico de concreto. Cada día puede construir 5 metros de muro.

VIDEO DE TEORÍA

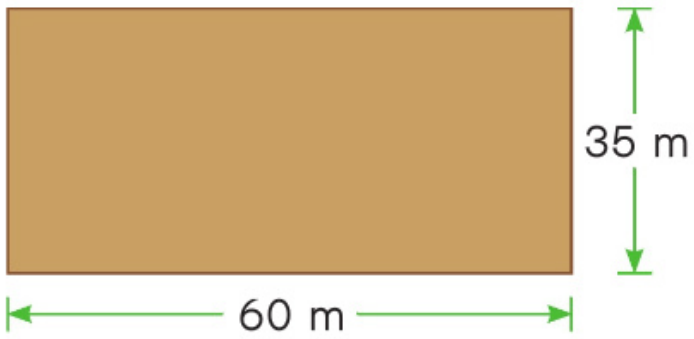
Responde:

¿Cuánto tiempo tardará en cercar todo el terreno? _____

Una región es una superficie limitada por una línea cerrada. La longitud de la línea que limita una región se denomina perímetro.

Aquí veremos problemas relacionados con el cálculo de perímetros.

Resolviendo: (Problema introductorio)



$2\times60 = 120$ m

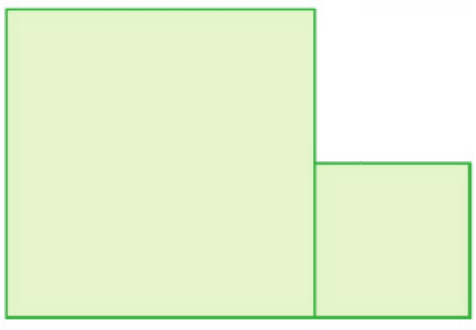
$2\times35 = 70$ m

Perímetro = 190 m

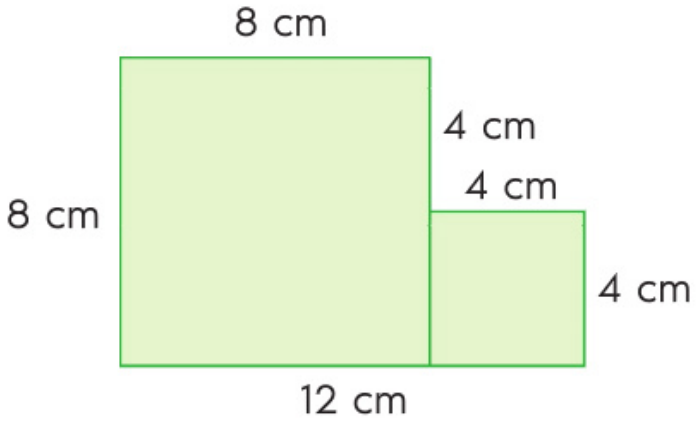
∴ Tardará en construir el muro: $190\div5 =$ 38 días

Ejemplo 1

La figura está compuesta de dos cuadrados, el mayor de 8 cm de lado y el menor, de 4 cm de lado. Halla el perímetro de la figura.



Resolviendo:

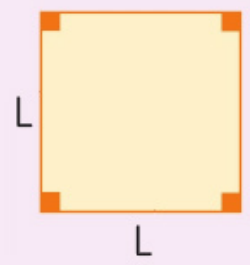


∴ P = 8 + 8 + 4 + 4 + 4 + 12

= 40 cm

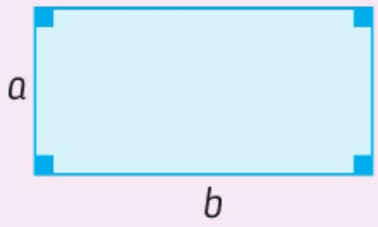
Ten en cuenta

- **Cuadrado:**



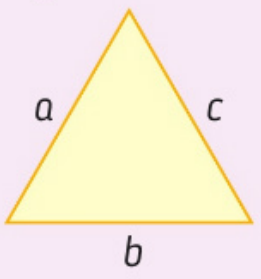
Perímetro = 4L

- **Rectángulo:**



Perímetro = 2(a + b)

- **Triángulo:**



Perímetro = a + b + c

- **Círculo:**

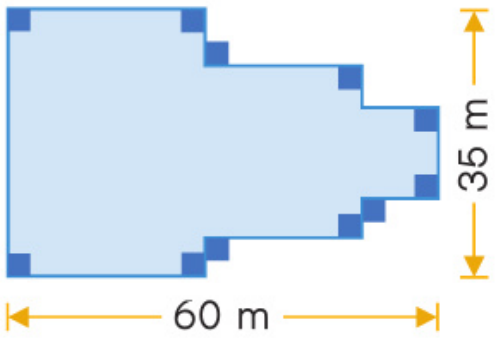
Perímetro = 2πr

π = 3,14

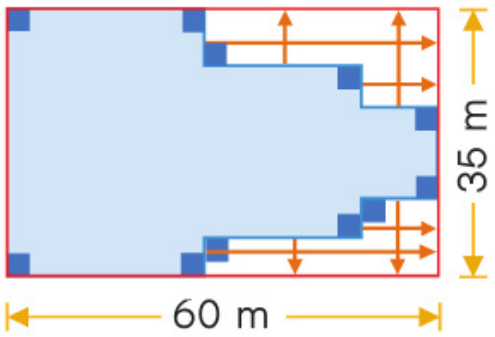
Razonamiento Matemático

Ejemplo 2

Halla el perímetro de la figura:



Resolviendo:



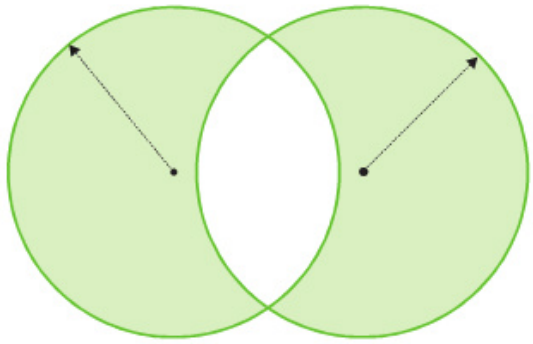
2×60 = 120 m

2×35 = 70 m

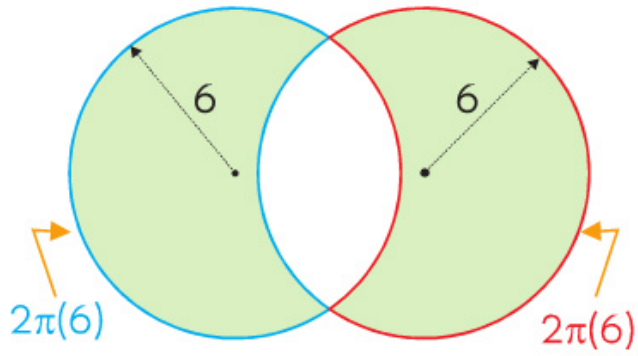
Perímetro = **190 m**

Ejemplo 3

Halla el perímetro de la figura, si los círculos son de 6 cm de radio:



Resolviendo:

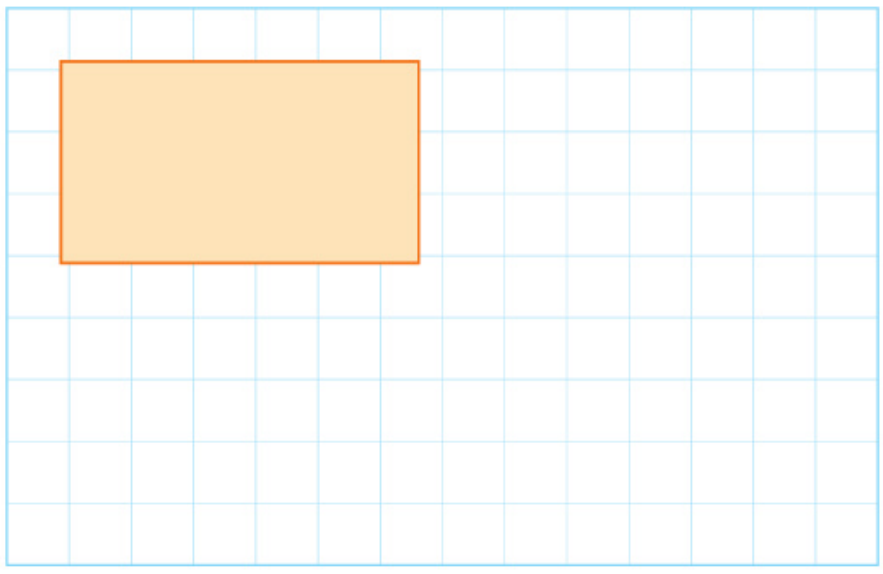


∴ Perímetro = 2[2π(6)] = **24π cm**

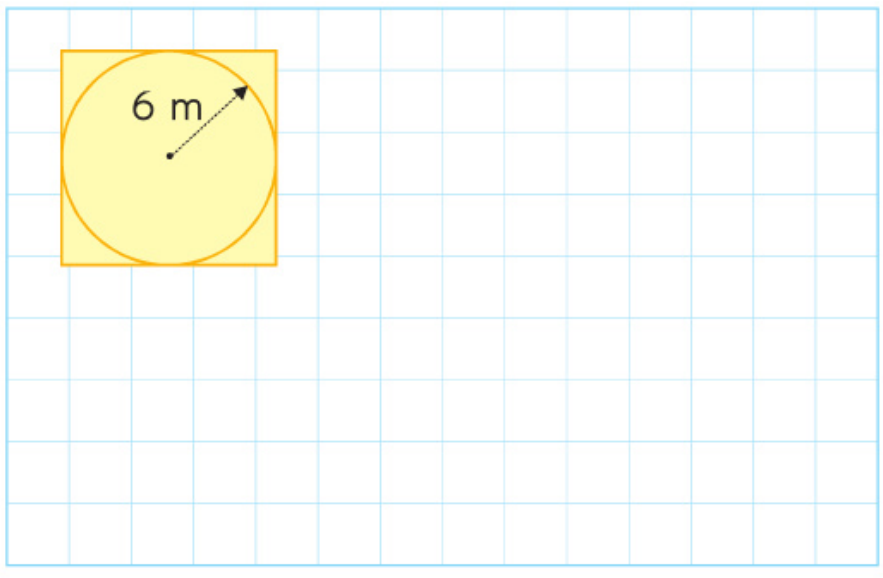
Razonamiento Matemático

Nivel básico

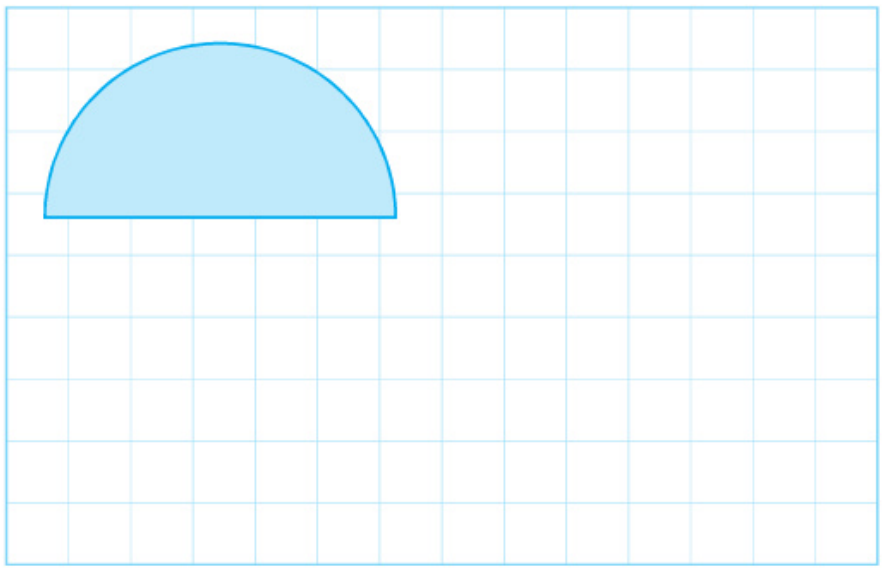
1 La figura representa un terreno rectangular de 90 m de largo por 40 m de ancho. ¿Cuál es su perímetro?



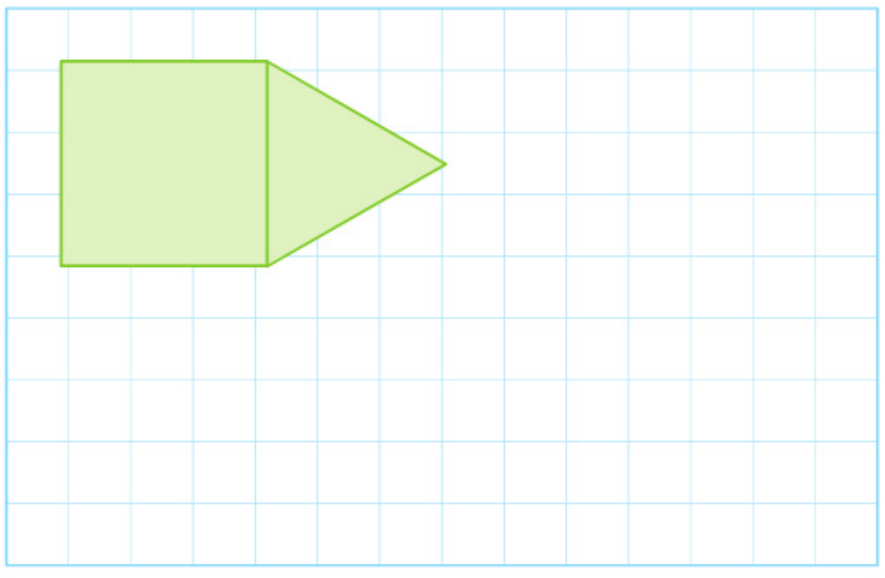
2 **Halla** el perímetro del cuadrado mostrado.



3 **Calcula** el perímetro del semicírculo de 12 cm de diámetro.

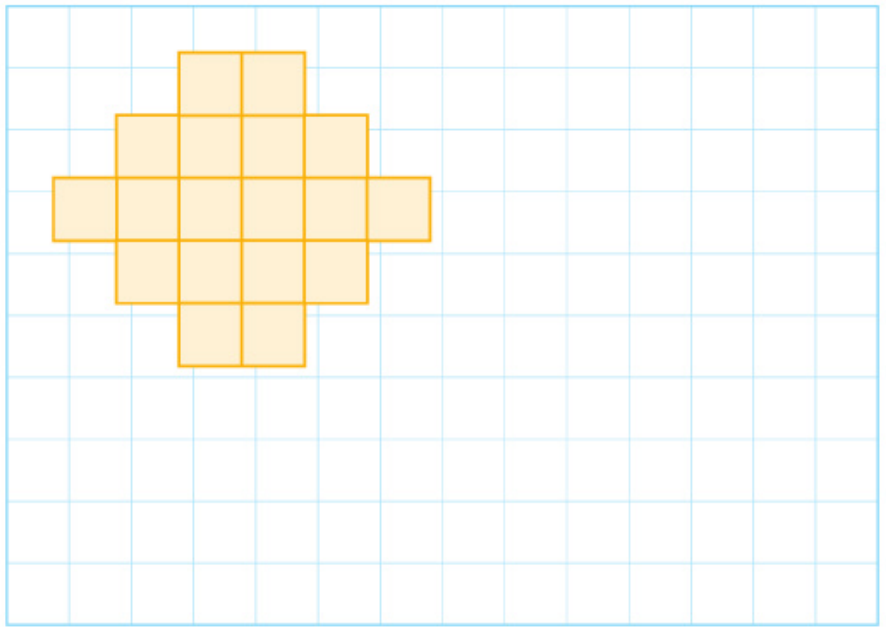


4 El cuadrado de 8 cm de lado comparte un lado con el triángulo equilátero. ¿Cuál es el perímetro de la figura?

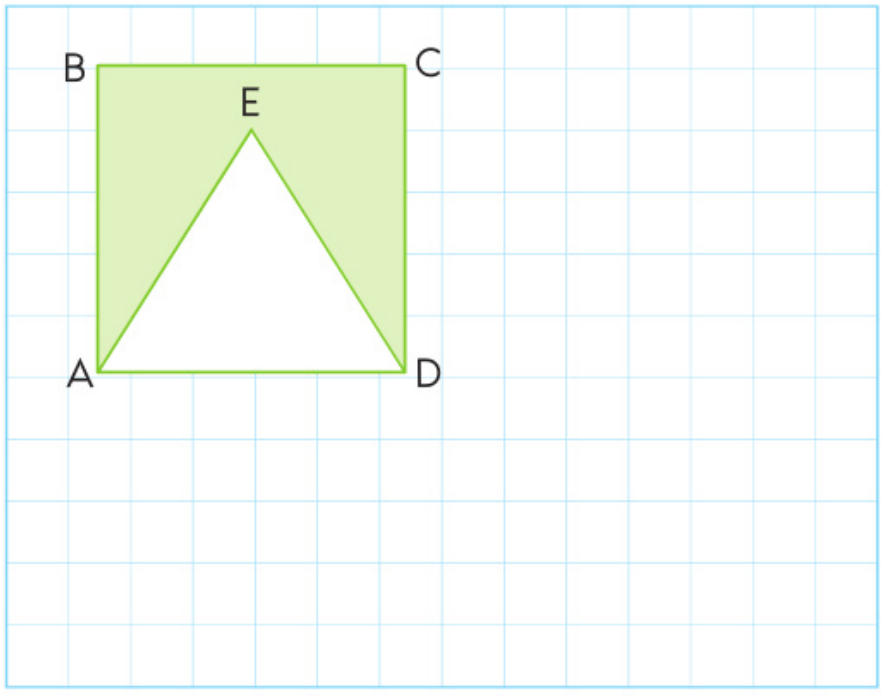


GENIO MATIC

5 Cada cuadrícula tiene 1 cm de lado. **Halla** el perímetro de la figura.

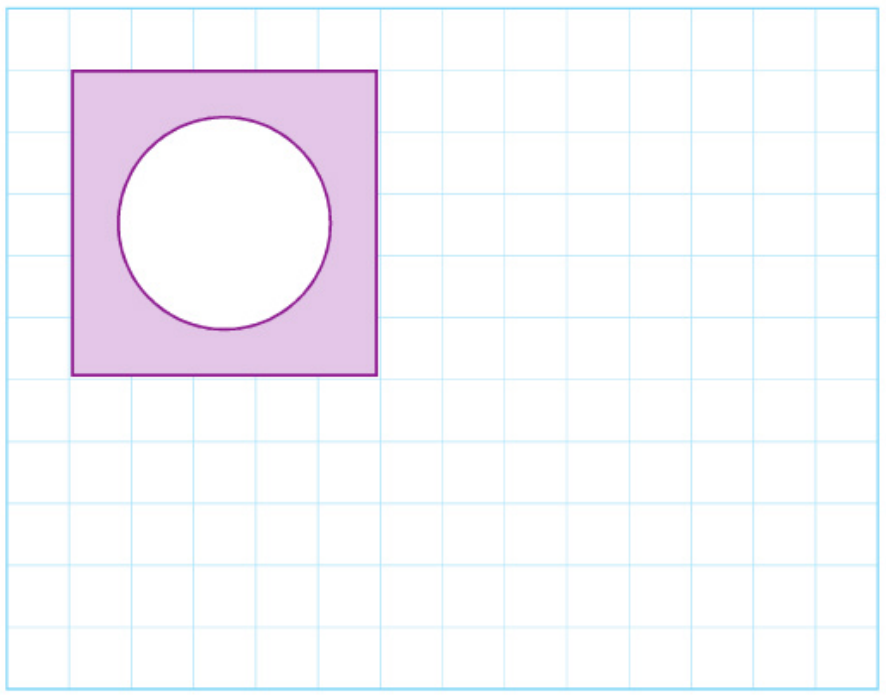


8 ABCD es un cuadrado de 8 cm de lado y AED, un triángulo equilátero. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.

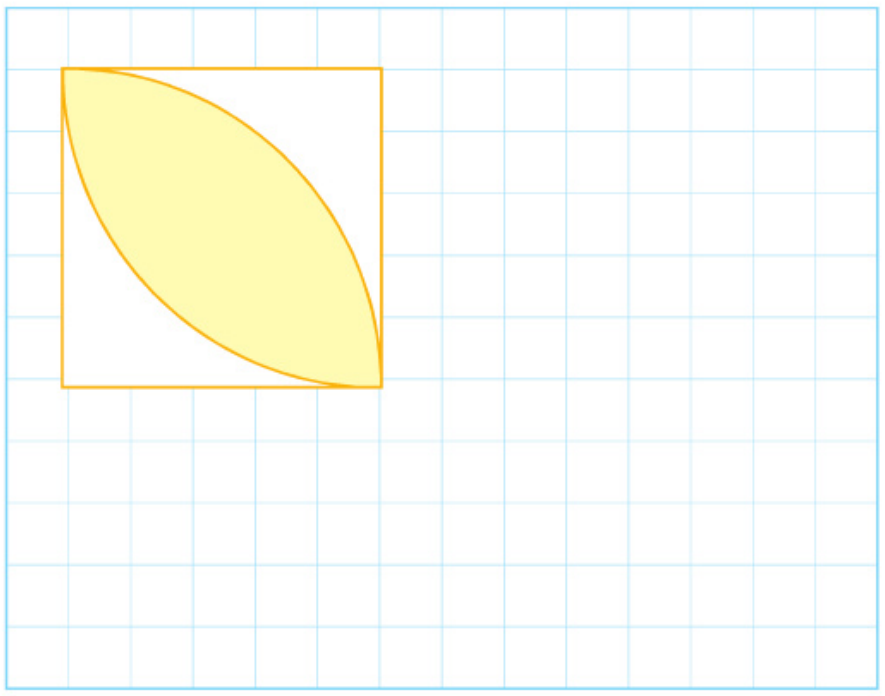


Nivel intermedio

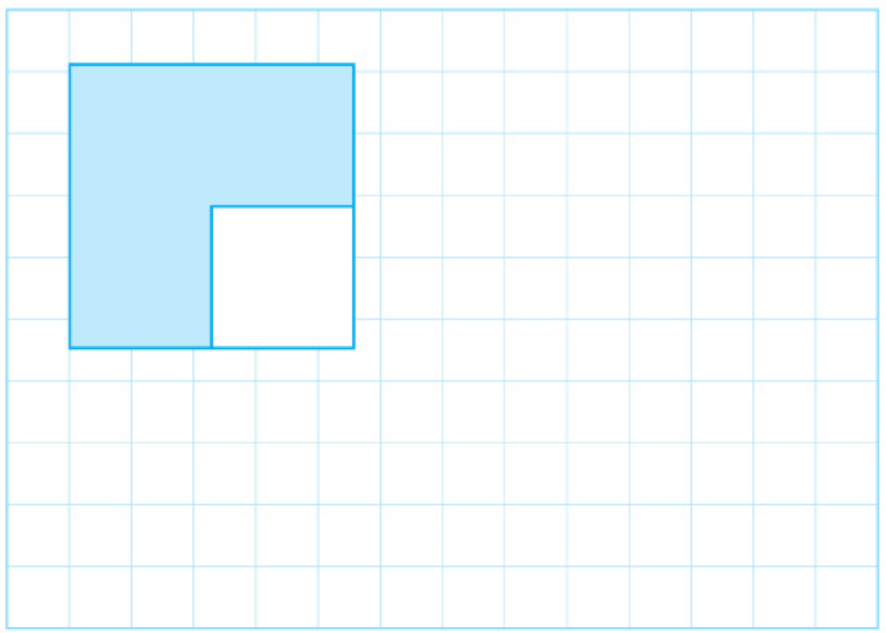
6 **Calcula** el perímetro de la región limitada por un cuadrado de 10 cm de lado y un círculo de 6 cm de diámetro.



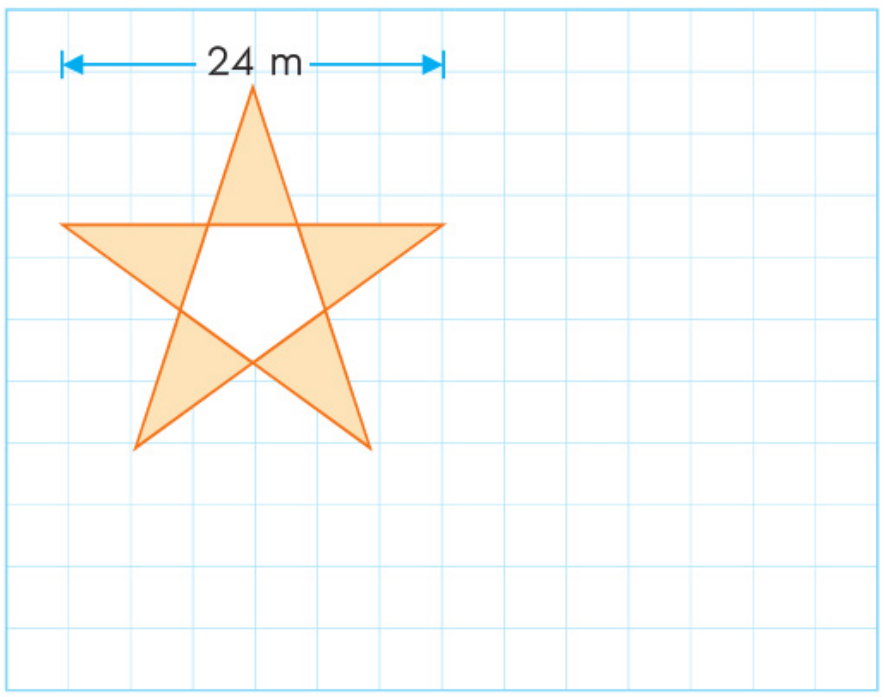
9 La figura muestra la intersección de dos cuadrantes de 12 cm de radio. ¿Cuál es el perímetro de la región coloreada?



7 En la esquina de un lote cuadrado de 15 m de lado se muestra un área construida. **Calcula** el perímetro de la parte sin construir.

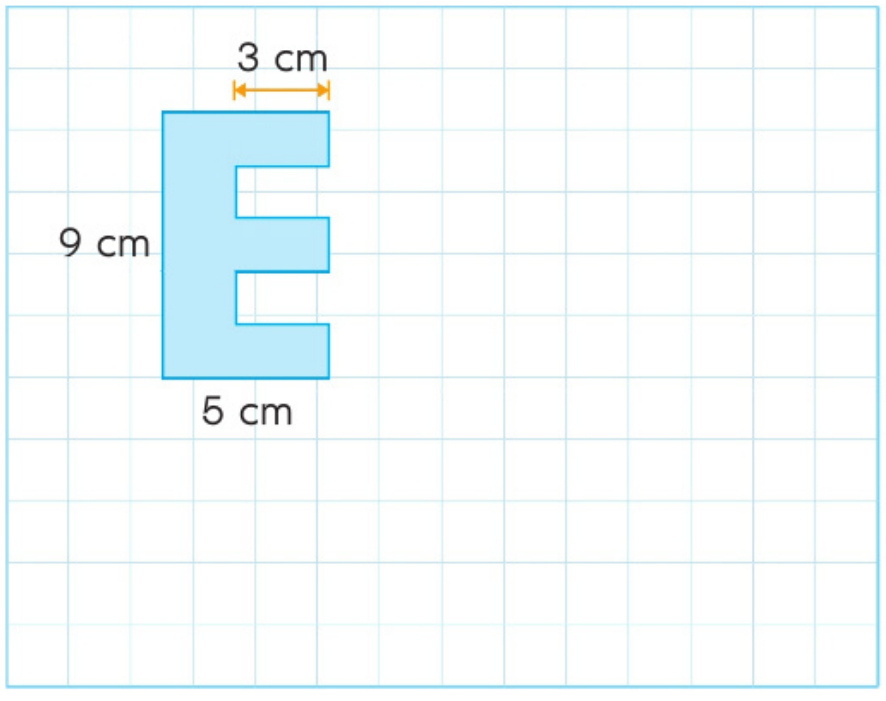


10 La figura muestra una estrella simétrica. ¿Cuál es el perímetro de la parte coloreada?

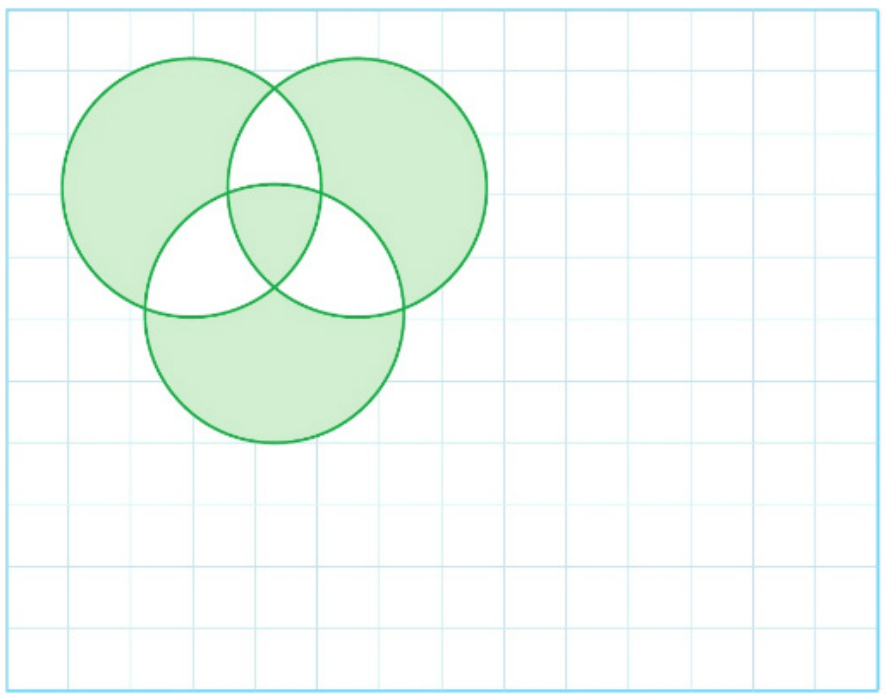


Nivel avanzado

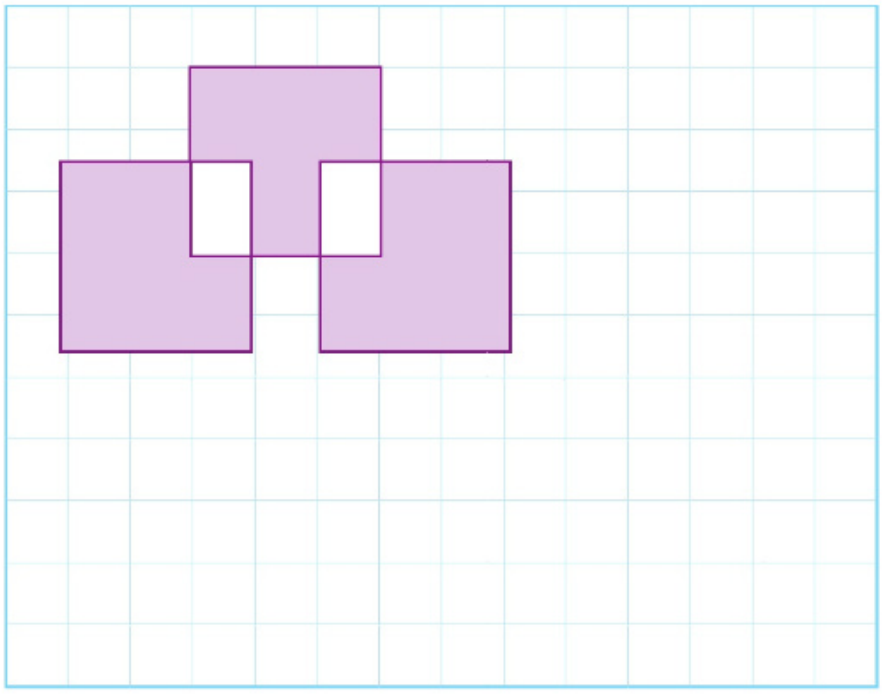
11 **Halla** el perímetro de la figura.



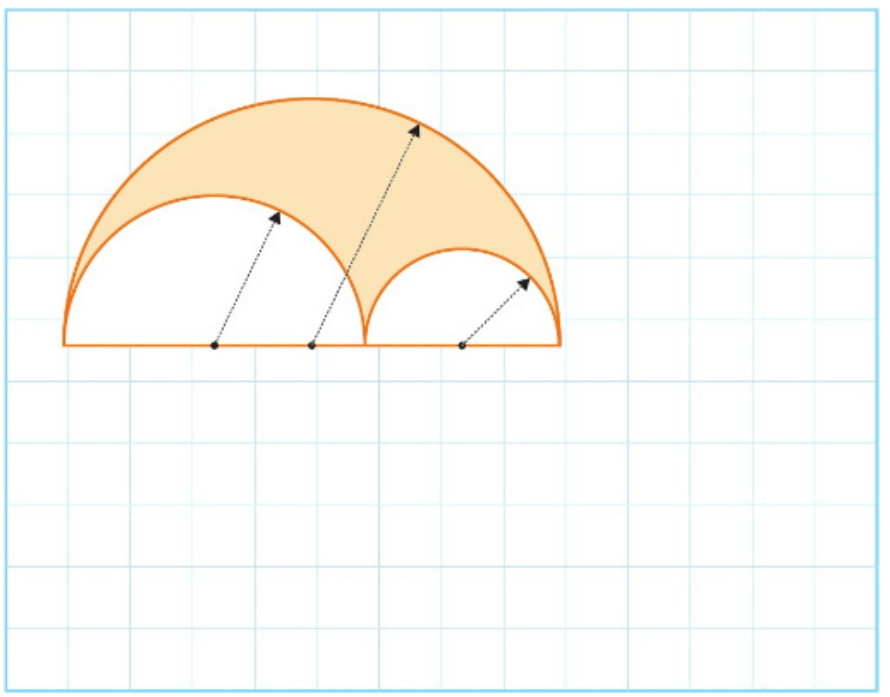
12 El diámetro de los 3 círculos es 8 cm. ¿Cuál es el perímetro de la parte coloreada?



13 Los tres cuadrados tienen 10 cm de lado. ¿Cuál es el perímetro de la parte coloreada?



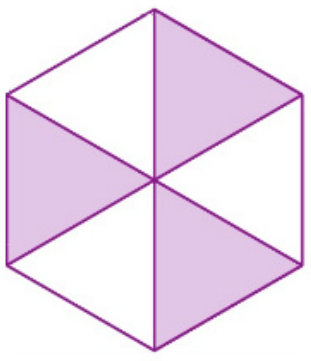
14 El diámetro del semicírculo mayor es 12 cm. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.



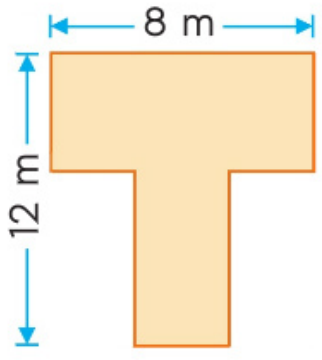
Razonamiento Matemático

Tarea

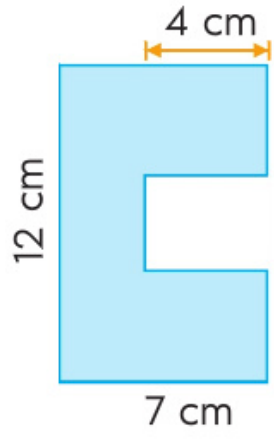
1 El hexágono regular tiene 6 cm de lado. **Calcula** el perímetro de la región sombreada.



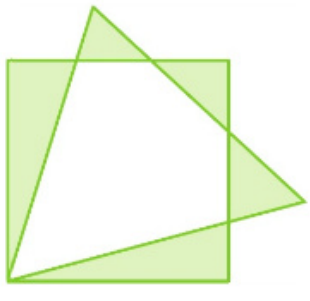
2 **Determina** el perímetro de la figura:



3 **Determina** el perímetro de la figura.



4 En la figura, el cuadrado de 12 cm de lado comparte un vértice con un triángulo equilátero de 16 cm de lado. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.



GENIO MATIC

Áreas

Triángulos, cuadriláteros y circunferencias

Robert ha comprado un lote cuadrado de 12 m de lado ubicado en una esquina.

A Robert le han ofrecido un terreno rectangular, de 15 m de frente por 8 m de fondo, adyacente a uno de los lados del suyo.

VIDEO DE TEORÍA

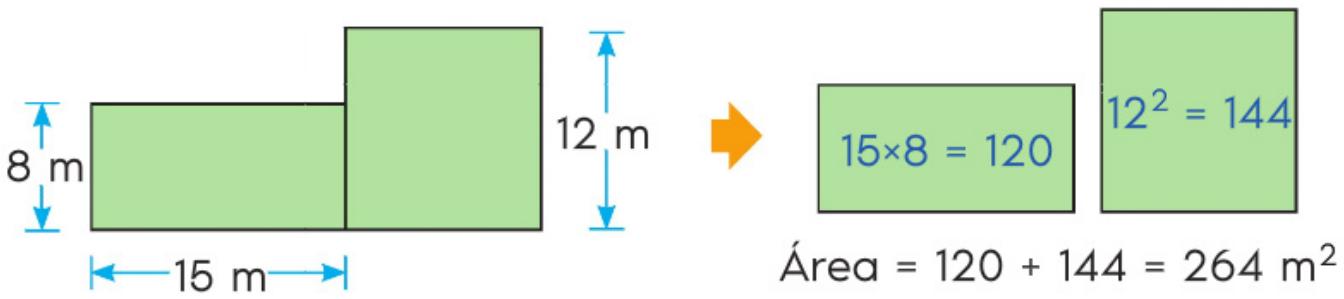
Responde:

Si Robert compra el lote que le han ofrecido, ¿cuántos metros cuadrados de terreno tendría en total? _____

El área es la medida de la extensión de una región.

El área de una región se mide generalmente utilizando sus dimensiones. Cuando una región es compleja se trata de dividir en rectángulos o triángulos.

Resolviendo: (Problema introductorio)

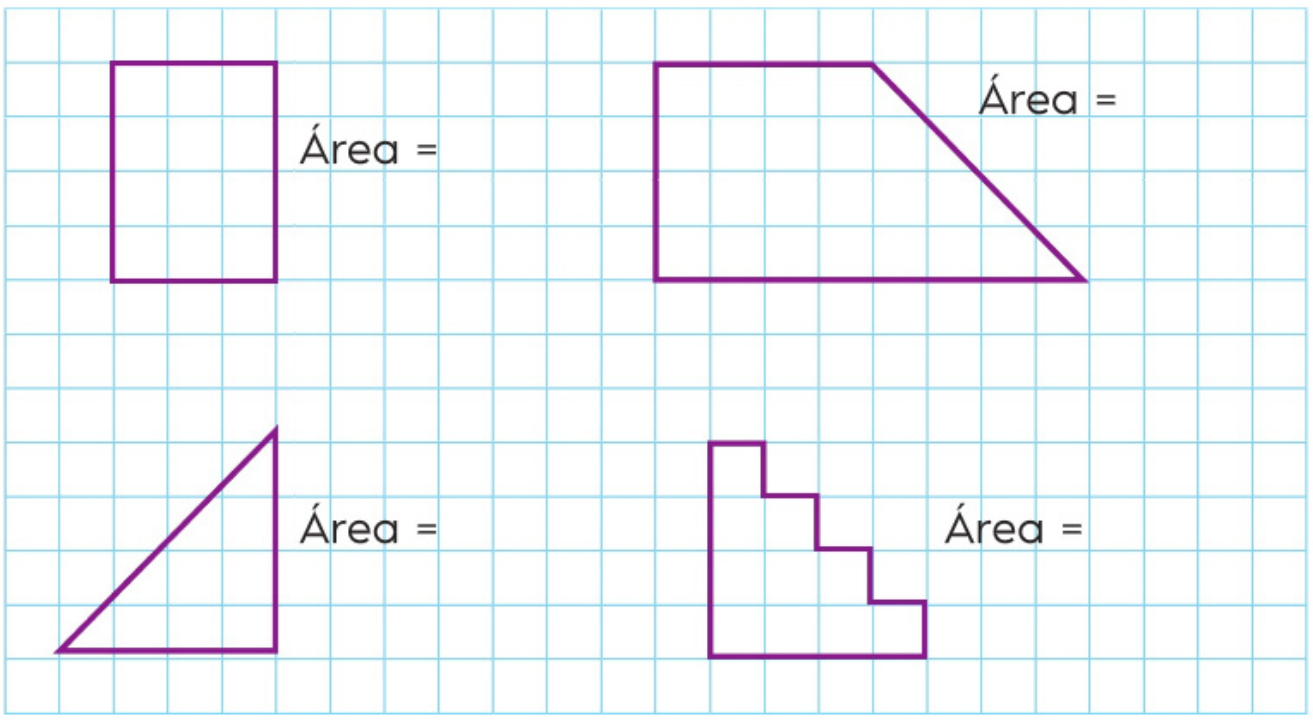


Área = 120 + 144 = 264 m²

∴ Tendría 264 m² de terreno.

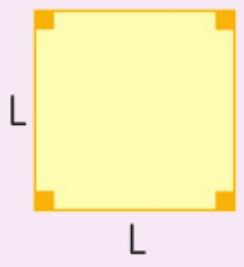
Ejemplo 1

Cada ☐ tiene 1 cm² de área. **Halla** el área de cada figura:



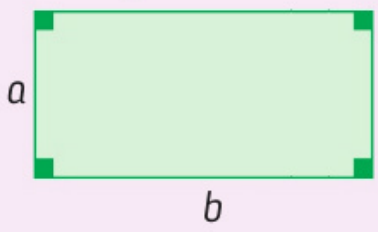
Ten en cuenta

- **Cuadrado:**



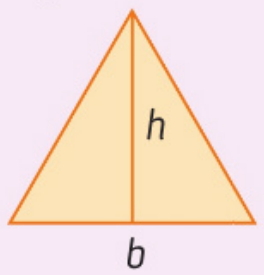
Área = L^2

- **Rectángulo:**



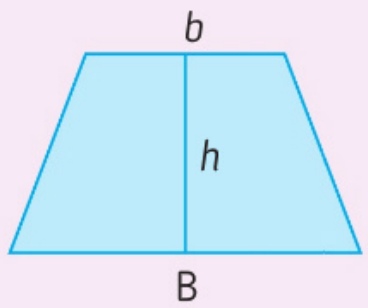
Área = ab

- **Triángulo:**



Área = $\frac{b \cdot h}{2}$

- **Trapecio:**

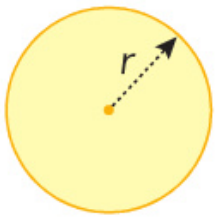


Área = $\left(\frac{B + b}{2}\right) h$

Razonamiento Matemático

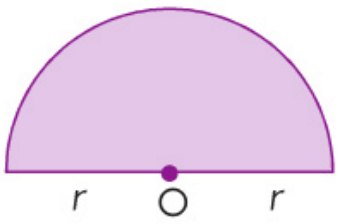
Área del círculo

El área del círculo



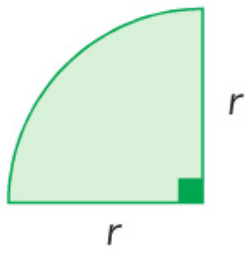
$A = \pi r^2$

El área de un semicírculo



$A = \frac{\pi r^2}{2}$

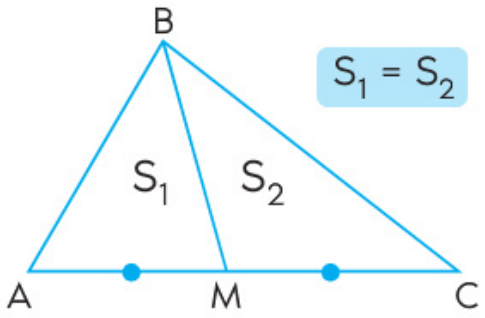
El área de un cuarto de círculo



$A = \frac{\pi r^2}{4}$

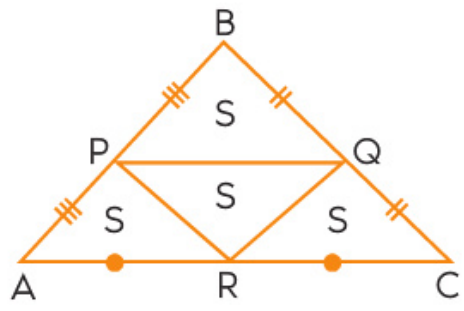
Relación de áreas

1.



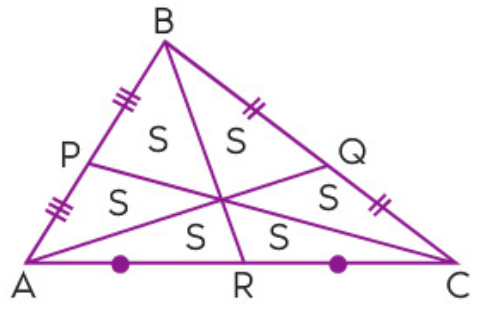
En todo triángulo, al trazar una mediana cualquiera, se determinan dos triángulos con regiones de igual área.

2.



En todo triángulo, al unir los puntos medios de los tres lados, se determinan cuatro triángulos con igual área.

3.

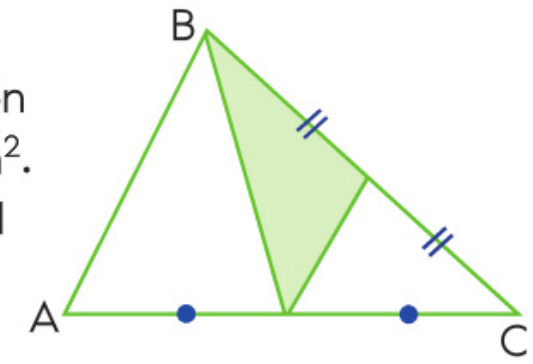


En todo triángulo, al trazar las tres medianas, se determinan seis triángulos con regiones de igual área.

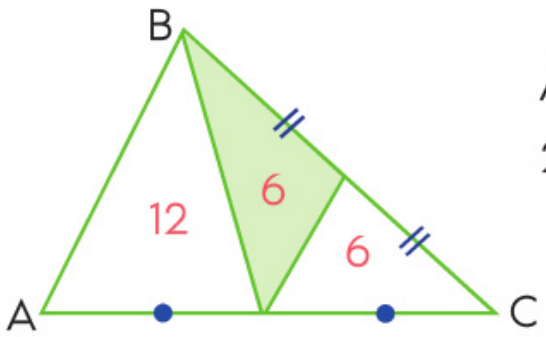
Razonamiento Matemático

Ejemplo 2

El área de la región coloreada es 6 cm^2. Calcula el área del triángulo ABC.



Resolviendo:

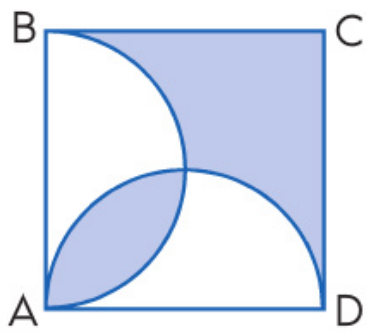


Área:

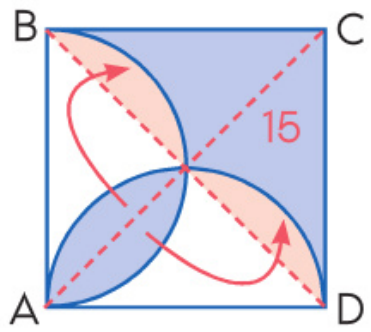
$2 \cdot 6 + 12 = \boxed{24\ cm^2}$

Ejemplo 3

Si el área de la región sombreada es 15 cm^2, calcula el área del cuadrado ABCD.



Resolviendo:

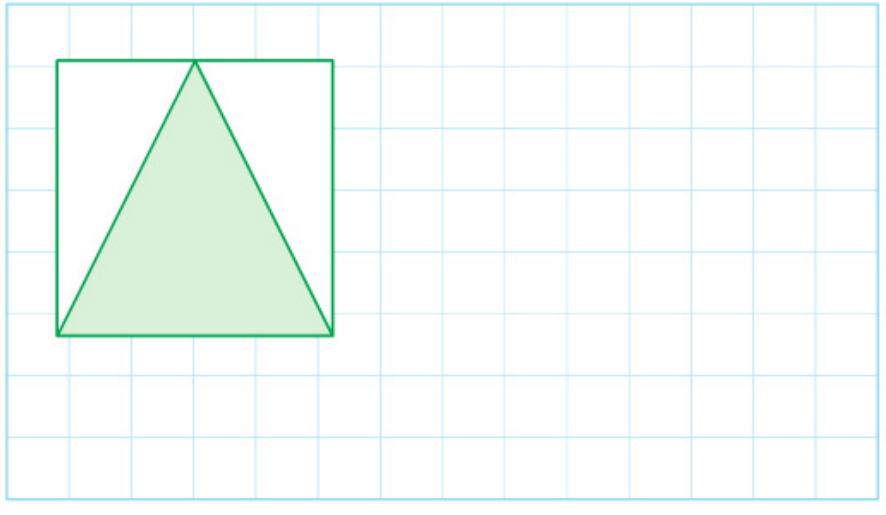


Área del cuadrado:

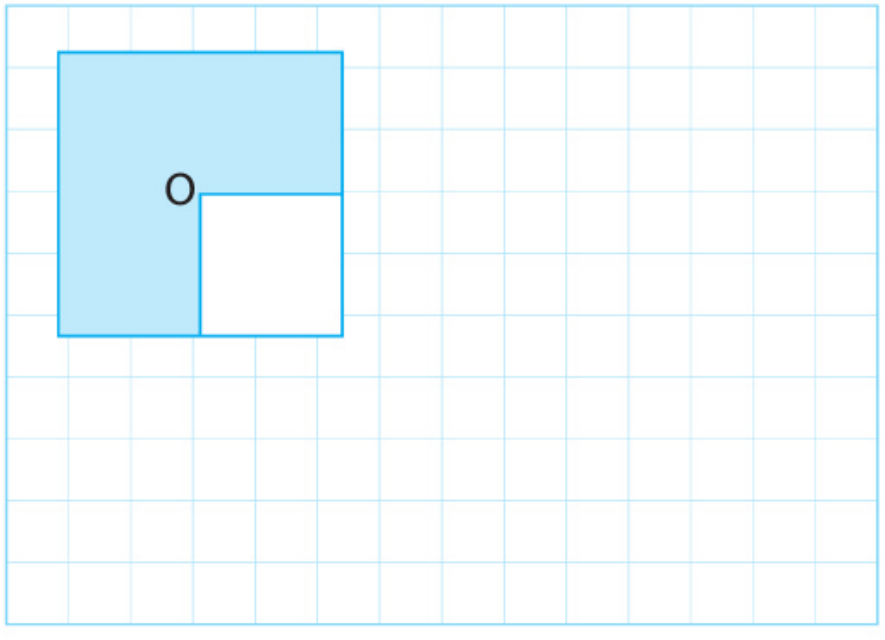
$2 \cdot 15 = \boxed{30\ cm^2}$

Nivel básico

1 **Calcula** el área del triángulo coloreado que comparte un lado con el cuadrado de 10 cm de lado.

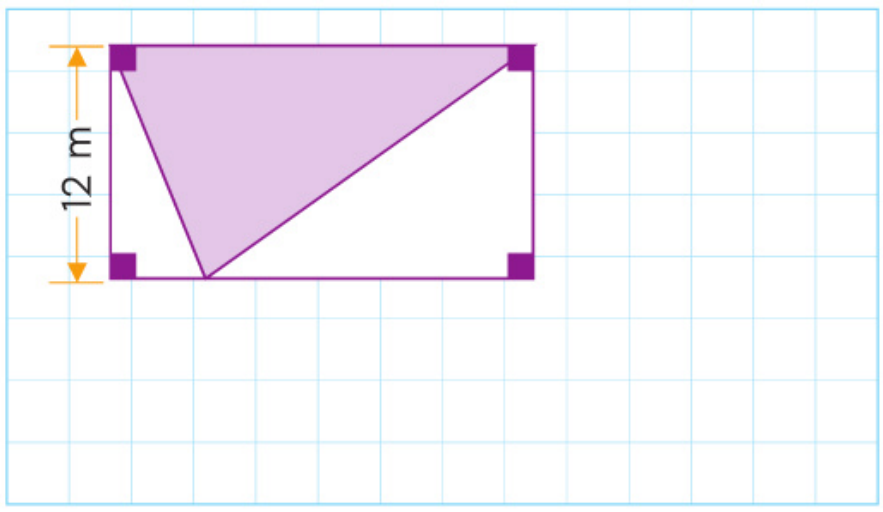


2 Si el área del cuadrado blanco es 4 cm^2 y O es el centro del cuadrado mayor, **calcula** el área de la región coloreada.

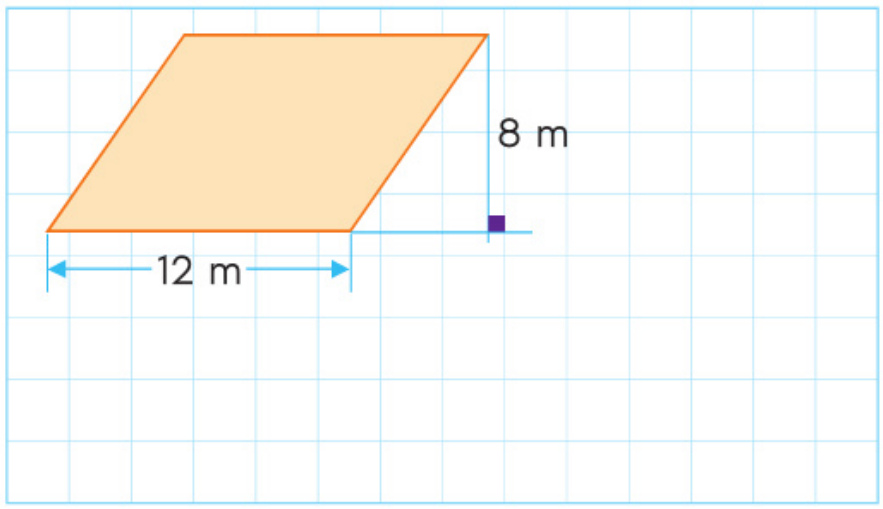


GENIO MATIC

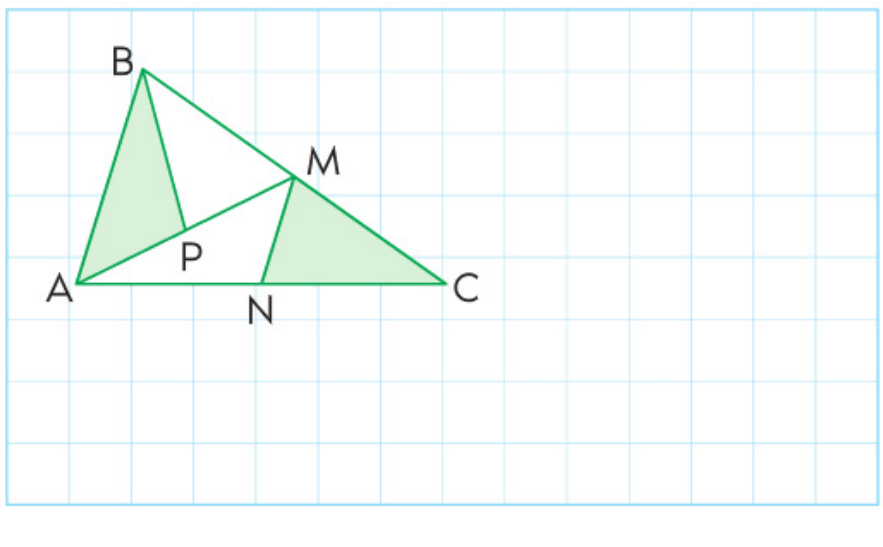
3 **Determina** el área de la región coloreada.



4 **Calcula** el área del paralelogramo.

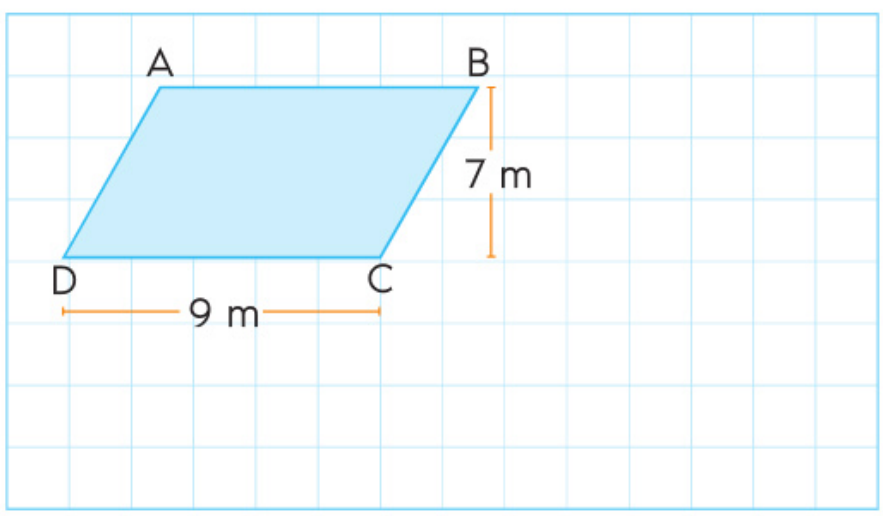


5 El área del triángulo ABC es 24 cm^2. M, N y P son puntos medios. **Determina** el área de la región coloreada.

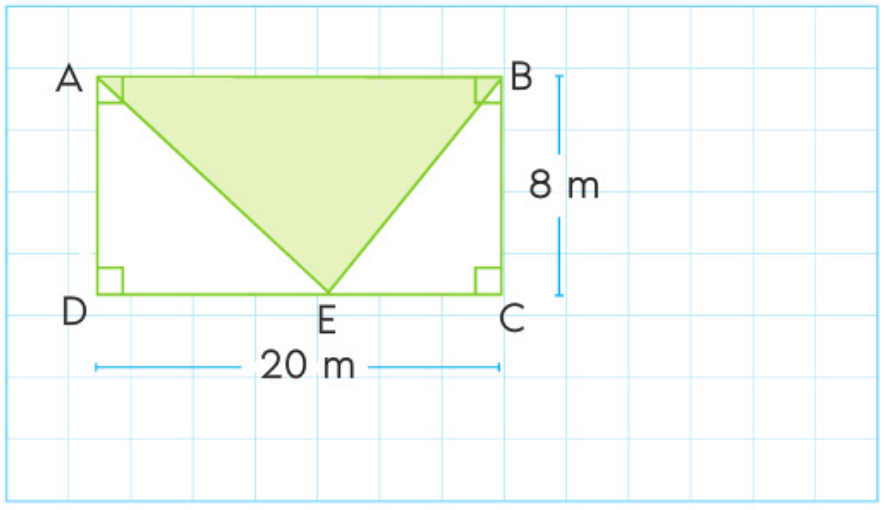


Nivel intermedio

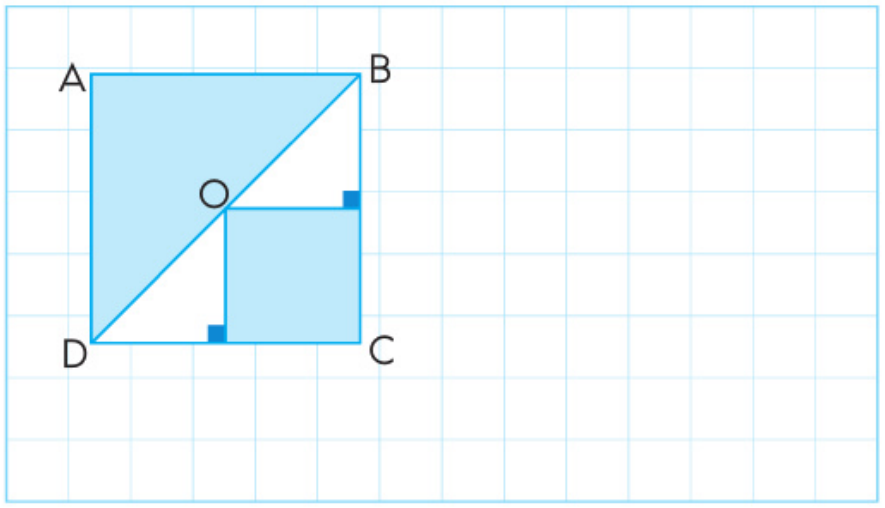
6 **Calcula** el área de la región sombreada, si ABCD es un romboide.



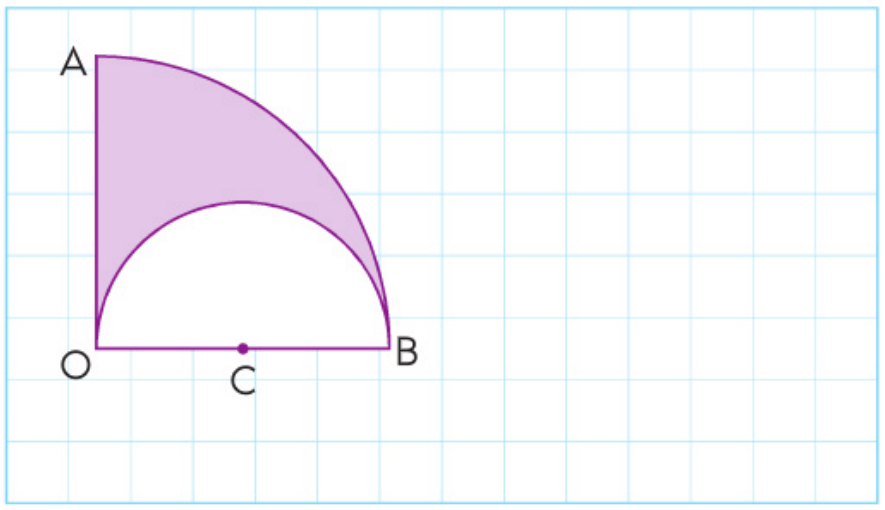
7 **Calcula** el área de la región sombreada:



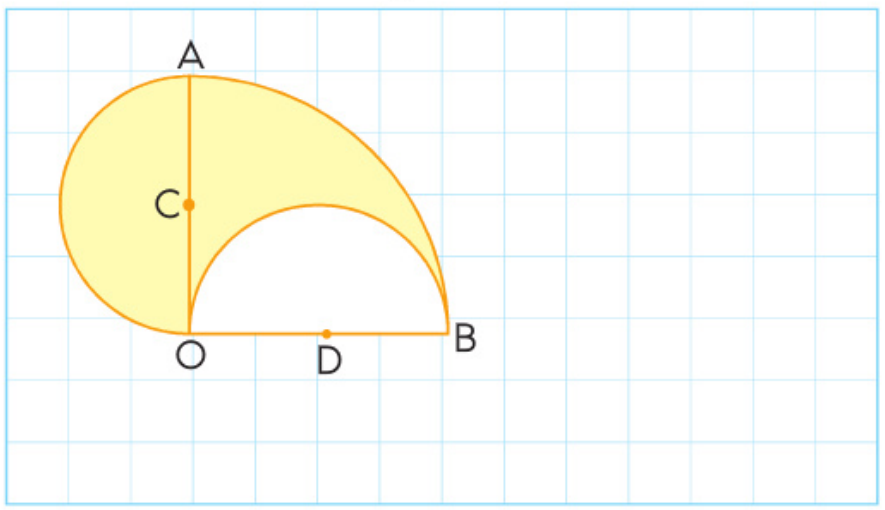
8 El área del cuadrado ABCD, de centro O, es 20 cm^2. **Determina** el área de la región coloreada.



9 AOB es un cuadrante de 8 cm de radio, y C es centro del semicírculo blanco. **Calcula** el área de la región coloreada.

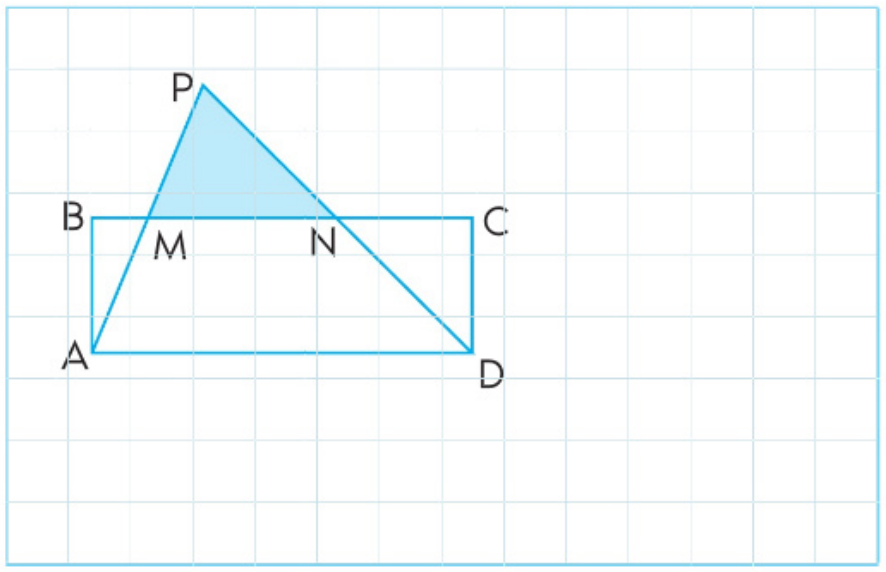


10 AOB es un cuadrante de 12 cm de radio, C y D son centros de los semicírculos. **Calcula** el área de la región coloreada.

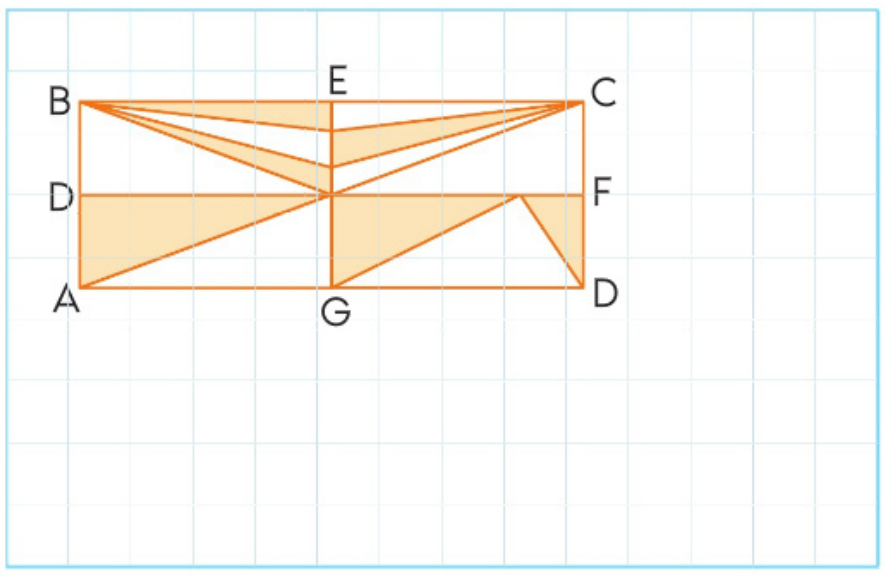


Nivel avanzado

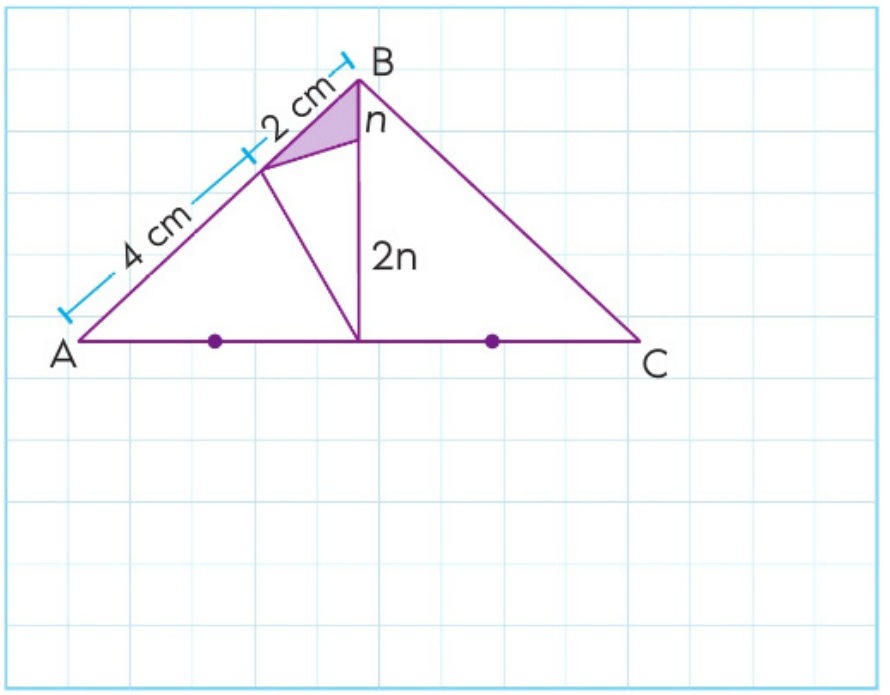
11 **Calcula** el área del rectángulo ABCD si el área del triángulo PNM es 10 cm^2. M y N son puntos medios de los lados del triángulo.



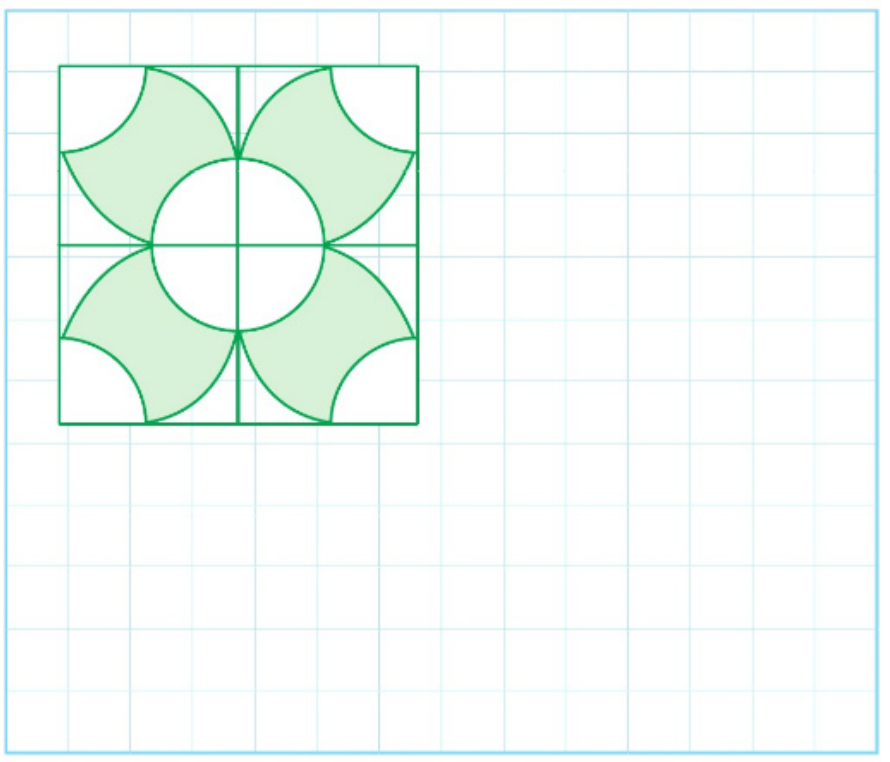
12 La altura del rectángulo ABCD mide 6 cm y la base, el triple de la altura. Si D, E, F y G son puntos medios de los lados del rectángulo, ¿cuál es área de la parte sombreada?



13 **Halla** el área del triángulo ABC, si el área de la región sombreada es 3 cm^2.



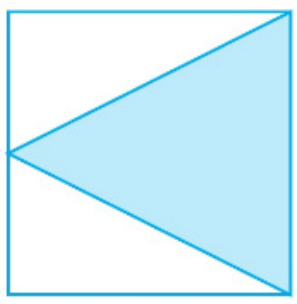
14 Si el área del cuadrado mayor es 64 m^2 y está dividido en 4 cuadrados iguales, **halla** el área de la parte sombreada.



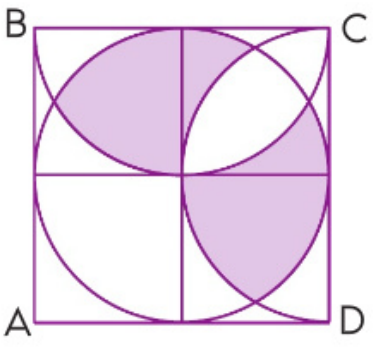
Razonamiento Matemático

Tarea

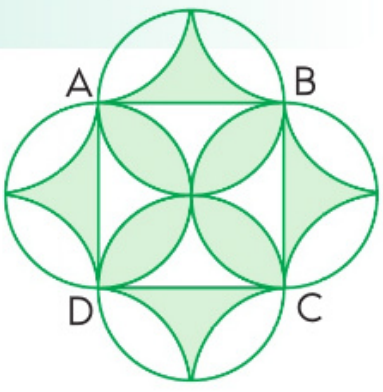
1 Si el área del cuadrado es 18 cm^2, ¿cuál es el área del triángulo coloreado?



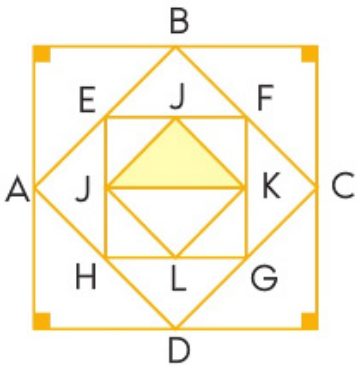
2 Si el perímetro del cuadrado es 8 cm, **halla** el área de la región sombreada.



3 Se tienen 4 círculos y un cuadrado cuyo lado mide 12 cm. **Halla** el área de la región sombreada.



4 **Halla** el área del cuadrado mayor sabiendo que la región sombreada tiene un área de 4 cm^2 y los puntos señalados son puntos medios de sus respectivos lados.



Reforzando - Unidad 8

1 Calcula (2&5), si $a\&b = ab - (a + b)$.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7

2 Calcula (4#9), si $a\#b = 2a + 3b - \sqrt{ab}$

A) 27 B) 29 C) 30 D) 31

3 Se define $a\Delta b = \dfrac{a + b}{a - b}$. Calcula $7\Delta5 + 6\Delta5$.

A) 18 B) 16 C) 19 D) 17

4 Se define $a\theta b = \dfrac{2a + b}{2b - a}$. Calcula $9\theta5 - 3\theta2$.

A) 28 B) 30 C) 31 D) 33

5 Se definen las operaciones:
$a\square b = (2a)\Delta b$ y $m\Delta n = 2(m + n)$
Calcula $3\square2 + 4\Delta3$.

A) 28 B) 30 C) 31 D) 33

6 Calcula $\triangle 5$ si $\triangle x = 3x - 8$.

A) 7 B) 8 C) 8 D) 10

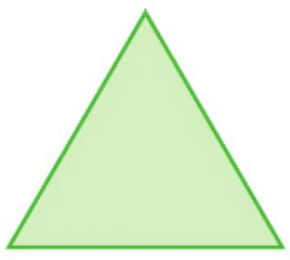
7 Calcula $\boxed{6}$, si $\boxed{x - 2} = 2x + 5$

A) 17 B) 21 C) 22 D) 19

8 El largo del rectángulo mide 12 cm y el ancho, 6 cm. ¿Cuál es el perímetro de la región?

A) 18 cm B) 20 cm
C) 22 cm D) 23 cm

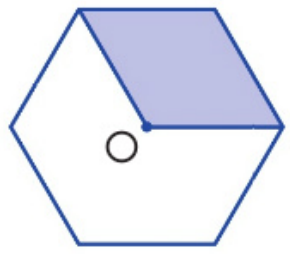
9 La región está limitada por un triángulo equilátero de 18 cm de perímetro. ¿Cuánto mide el lado?



A) 9 cm B) 8 cm
C) 7 cm D) 6 cm

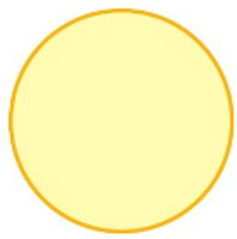
10 O es el centro del hexágono regular. Si el área de la región coloreada es 10 cm^2, ¿cuál es área de hexágono?

A) 15 cm^2
B) 25 cm^2
C) 30 cm^2
D) 35 cm^2



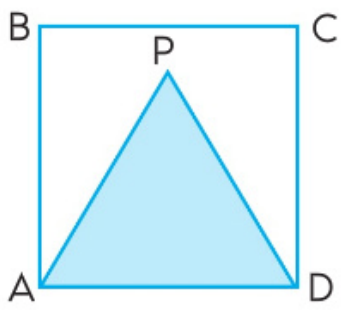
Olimpiadas nacionales e internacionales

11 ¿Cuál es el perímetro del círculo si su radio mide 12 cm?



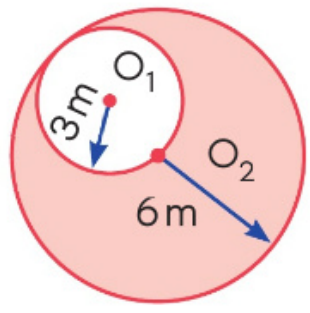
A) 24π cm B) 25π cm
C) 26 cm D) 28π cm

12 ABCD es un cuadrado y APD es un triángulo equilátero de 21 cm de perímetro. ¿Cuál es el área del cuadrado?



A) 21 cm^2 B) 28cm^2
C) 49 cm^2 D) 64 cm^2

13 Calcula el área de la región sombreada si O_1 y O_2 son centros.



A) 27π cm^2 B) 28π cm^2
C) 25π cm^2 D) 30π cm^2

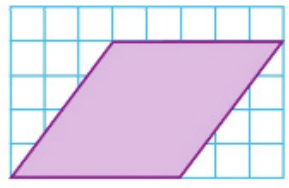
14 ¿Cuánto costará cercar una finca cuadrada de 14 metros de lado a razón de 2 soles el metro lineal de alambrada?

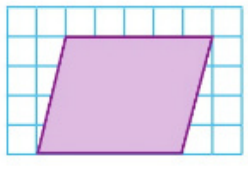
A) S/. 48 B) S/. 56 C) S/. 86 D) S/. 112

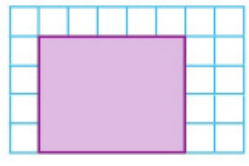
15 ¿Cuál es la distancia rectilínea máxima que se puede recorrer, dentro de un campo rectangular de 80 m de largo y 60 m de ancho?

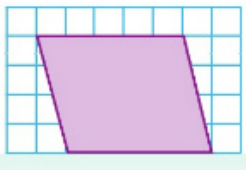
A) 100 m B) 80 m C) 85 m D) 90 m

16 ¿Cuál de las siguientes regiones tiene igual área que el romboide mostrado?



A) 

B) 

C) 

D) Los tres

17 Calcula (5&4), si $a\&b = 2ab - (a + b)$.

18 Calcula (2#18), si $a\#b = 3a + 2b - \sqrt{ab}$.

19 Se define $a\Delta b = \dfrac{a+b}{a-b}$. Calcula $11\Delta 9 - 5\Delta 3$.

20 Calcula $\triangle_{6}$, si $\triangle_{x} = 2x - 5$.

21 Calcula $\boxed{9}$, si $\boxed{x+2} = 3x - 4$.

22 Determina $(6 * 4) * (3 * 3)$ si:

$$a * b = \begin{cases} \dfrac{a+b}{a-b}; \text{ si } a \neq b \\ 2a - b; \text{ si } a = b \end{cases}$$

23 Calcula $(7 \# 5) \# (6 \# 13)$ si:

$$M \# N = \begin{cases} 2M + N; M + N = \text{par} \\ 3M - N; M + N = \text{impar} \end{cases}$$

24 Calcula $(4 * 1) * (2 * 5)$ donde:

$$a * b = \begin{cases} 2a - b, a < b \\ 3a + b; a > b \end{cases}$$

25 Pintar una pared de 8 m de largo y 70 dm de ancho ha costado 112 soles. ¿A qué precio se ha pagado el metro cuadrado de pintado?

26 ¿Cuánto cuesta un espejo rectangular de 1,3 m de altura y 0,90 m de ancho, si el decímetro cuadrado de espejo vale 3 soles?

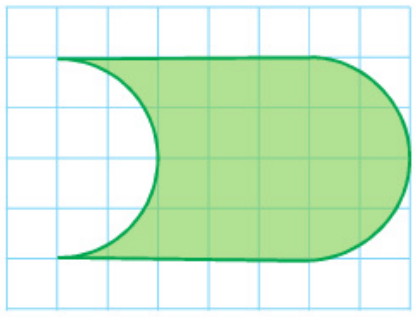
27 Un terreno tiene 900 metros cuadrados de superficie. Si el terreno ha costado 19800 soles, ¿a qué precio se compró el metro cuadrado?

28 En una finca rectangular de 1600 m de largo por 550 m de ancho se sembró trigo. Al realizar la cosecha se constata que cada decámetro cuadrado de terreno ha producido 80 kg de trigo.

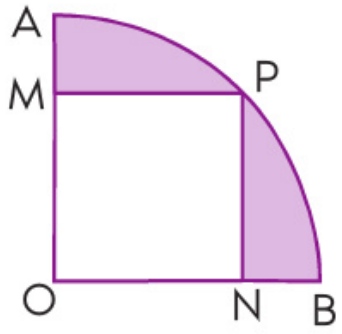
a) ¿Cuántos kg se han cosechado?

b) Si el trigo se vende a 3 soles el kilogramo, ¿cuánto dinero se obtendrá por la venta de todo el trigo producido?

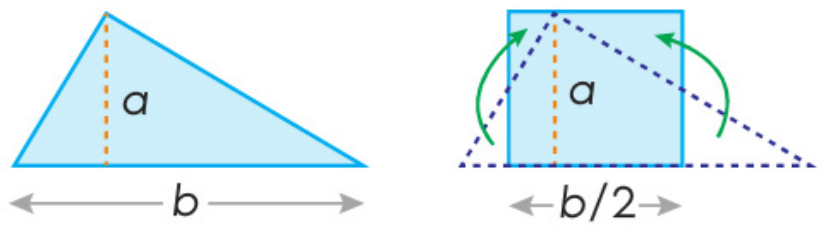
29 El área de cada cuadrícula es 1 cm^2. Calcula el área de la región coloreada.



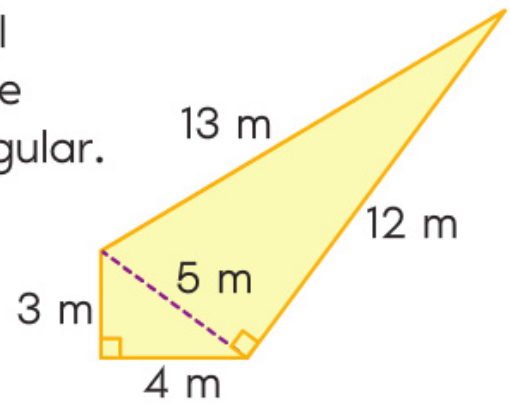
30 Demuestra que el perímetro de la región coloreada es igual al perímetro del cuadrante AOB.



31 En las siguientes figuras se ve que el área de un triángulo de base b y altura a es igual al área de un rectángulo de altura a y base $b/2$. ¿Es cierto o falso?



32 Halla el área y el perímetro de este cuadrilátero irregular.



33 Se necesita cercar un huerto rectangular, de 180 m de largo y 150 m de ancho, con tela metálica. El metro lineal de malla cuesta 12 soles. Al mismo tiempo, es necesario abonarlo con abono nitrogenado. El fabricante del abono recomienda 30 kg por hectárea.

a) Calcula la longitud de la tela metálica y el costo de la misma para cercar el huerto.

b) Calcula la cantidad de abono nitrogenado necesario.

Autoevaluación

1 Dada la operación $\boxed{x - 3} = 2(x + 3) - 5$, calcula:

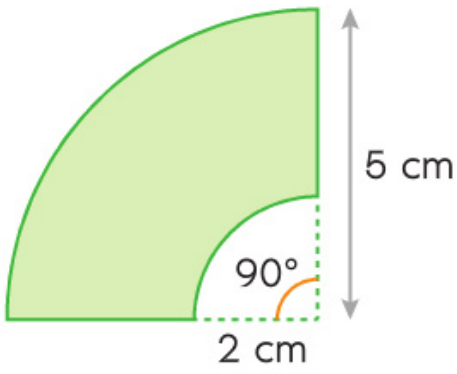
a) $\boxed{3}$ b) $\boxed{5}$ c) $\boxed{8}$ d) $\boxed{10}$

2 Hay que embaldosar una habitación de 4 metros de largo por 3,6 m de ancho.

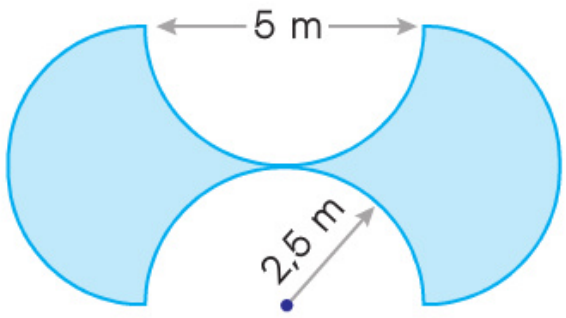
¿Cuántas baldosas de 80 centímetros cuadrados de superficie se necesitan?

3 He rodeado con una cuerda un balón. A continuación he medido la longitud de la cuerda. ¿Cuál es el radio del balón, si la de cuerda mide 30π cm?

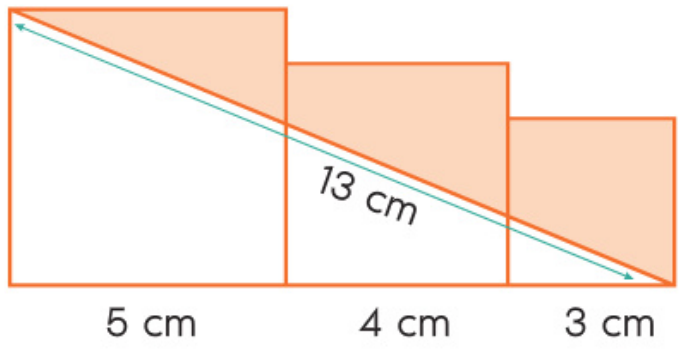
4 Calcula el área y el perímetro de la parte sombreada.



5 Calcula el área y perímetro de la figura mostrada.



6 Esta figura se compone de tres cuadrados de 5 cm, 4 cm y 3 cm de lado. Calcula el área de la región coloreada.



Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021